

## Rozklad mnohouholníka

Pod rozkladom mnohouholníka budeme rozumieť vykreslenie mnohouholníka zadaného vrcholmi na rastrové zariadenie. Prvý spôsob ako riešiť tento problém, by nás mohol napadnúť nasledovný postup. Rasterizáciou strán mnohouholníka vytvoríme hranične zadanú oblasť a následne použijeme algoritmus na vyplňanie oblasti. V tomto texte uvedieme metódu efektívnejšiu.

### Scan Line algoritmus - úvod

Scan Line algoritmus rozkladu mnohouholníka patrí do skupiny algoritmov, ktoré používajú princíp skenovacej priamky: Ak je možné vyriešiť problém, úlohu z pohľadu jednej vodorovnej, alebo zvislej priamky, urobí sa tak. Úlohu takejto priamky hrá často riadok, alebo stĺpec pixlov rastra. Okrem zúženia pohľadu je druhou vlastnosťou skenovacích algoritmov využitie informácií z jedného kroku, v kroku nasledujúcom.

V našom algoritme bude skenovacia priamka vodorovná s celočíselnými y-súradnicami. Jej rovnica teda bude  $y = y_i$ , kde  $y_i$  nadobúda celočíselné hodnoty od najmenej po najväčšiu y-ovú súradnicu vrcholov mnohouholníka.

Scan Line algoritmus na rozklad mnohouholníka funguje tak, že v každom kroku zistí prieniky skenovacej priamky s hranami mnohouholníka, tieto prieniky usporiada do dvojíc a úseky medzi dvojicami vyfarbí.

Ak urobíme prienik skenovacej priamky s hranami mnohouholníka, chceme získať párný počet bodov. Preto musíme zo zoznamu hrán mnohouholníka vylúčiť vodorovné hrany (tie sa vykreslia priamo) a ešte musíme skrátiť zdola hrany v neextremálnych vrchoch (vo vrchoch z ktorých idú hrany do opačných polrovín vzhľadom na skenovaciu priamku). Konkrétna realizácia tohoto skrátenia bude zrejmá z inicializácie dátovej štruktúry, ktorú algoritmus používa.

### Dátové štruktúry pre Scan Line algoritmus

Základným kameňom dátových štruktúr bude záznam o hrane mnohouholníka. Tento záznam bude obsahovať tri čísla:

1. *maximálnu y-ovú súradnicu hrany*; je to väčšia z y-ových súradníc vrcholov hrany, toto číslo použijeme pri rozhodovaní či je nutné zisťovať prienik hrany so skenovacou priamkou
2. *x-ovú súradnicu bodu s minimálnou y-ovou súradnicou*; toto číslo je vlastne x-ová súradnica bodu, v ktorom skenovacia priamka prvýkrát pretne hranu, v priebehu algoritmu je táto hodnota modifikovaná
3. *prevrátená hodnota smernice priamky, na ktorej hrana leží*;  $\frac{1}{m} = \frac{x_A - x_B}{y_A - y_B}$ , kde  $A, B$  sú vrcholy hrany.

V predošlej časti sme hovorili o skrátení hrany zdola v neextremálnom vrchole. Toto skrátenie zrealizujeme tak, že druhú hodnotu záznamu pre hranu budeme inicializovať nie na x-ovú súradnicu vrcholu hrany, ktorý ma menšiu

y-ovú súradnicu, ale, ak je tento vrchol neextremálny, na jeho x-ovú súradnicu zvetšenú o  $\frac{1}{m}$ . Pri tomto skrátaní vychádzame z toho, že ak na priamke so smernicou  $m$  leží bod so súradnicami  $[x, y]$ , tak na nej leží aj bod so súradnicami  $[x + \frac{1}{m}, y + 1]$ .

Algoritmus používa dve dátové štruktúry: tabuľku hrán a tabuľku aktívnych hrán.

*Tabuľka hrán (TH)* sa vytvára pri inicializácii a má riadky označené hodnotami, ktoré skenovacia priamka nadobudne v jednotlivých krokoch (celočíselné hodnoty od najmenej po najväčšiu y-ovú súradnicu vrcholov mnohoúhelníka).

V jednotlivých riadkoch je zoznam záznamov hrán, ktoré majú túto hodnotu ako svoju minimálnu y-ovú súradnicu. Ak je vrchol hrany s menšou y-ovou súradnicou neextremálny, hrana bude zapísaná až v ďalšom riadku TH (pretože je zdola skrátaná).

Všimnime si, že až teraz, keď je hrana zaradená do TH, máme o nej úplnú informáciu.

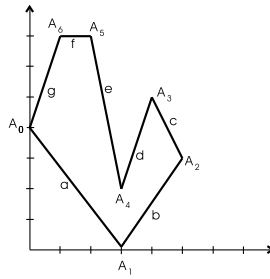
*Tabuľka aktívnych hrán (TAH)* je zoznam hrán, s ktorými ma aktuálne skenovacia priamka prienik a vytavára sa počas behu algoritmu vyberaním záznamov o hranách z TH.

V tejto tabuľke sa druhá položka záznamu o každej hrane mení tak, aby vždy mala hodnotu x-ovej súradnice prieniku hrany a skenovacej priamky.

## Scan Line algoritmus

Na vstupe algoritmu nech je usporiadaný zoznam vrcholov mnohoúhelníka s celočíselnými súradnicami. Na výstupe algoritmu má byť tento mnohoúhelník rozložený do rastra, t.j. v rastru majú byť vyfarbené príslušné obrazové body.

1. zisti, ktoré hrany mnohoúhelníka sú vodorovné, ktoré vrcholy neextremálne
2. hrany, ktoré nie sú vodorovné zapíš do TH, TAH inicializuj ako prázdnu,  $y := y_{min}$
3. Kým TH, alebo TAH sú neprázdne opakuj
  - vyber z TH hrany v riadku  $y$  a daj ich do TAH
  - usporiadaj hrany v TAH podľa x-ovej súradnice (druhá položka v jednotlivých záznamoch)
  - vyber za sebou idúce úseky a vykresli ich
  - zruš tie hrany v TAH, pre ktoré  $y_{max} = y$
  - pre hrany v TAH zmeň  $x$  na  $x + \frac{1}{m}$
  - $y := y + 1$



Obrázok 1: Príklad mnohouholníka

### Príklad Scan Line algoritmu

Uvedme ešte príklad. Pre mnohouholník na obrázku, popíšeme TH a pre jednotlivé kroky aj TAH a výstup algoritmu, jednotlivé vykresľované úseky.

Mnhoúholník na obrázku má jednu vodorovnú hranu  $f$ , tú do  $TH$  nezaradíme a dva neextremálne vrcholy  $A_0, A_2$ .

Tabuľka hrán vyzerá takto:

$$0 \quad a \quad \boxed{4 \quad 3 \quad -\frac{3}{4}} \quad b \quad \boxed{3 \quad 3 \quad \frac{2}{3}}$$

1

$$2 \quad d \quad \boxed{5 \quad 3 \quad \frac{1}{3}} \quad e \quad \boxed{7 \quad 3 \quad -\frac{1}{5}}$$

3

$$4 \quad c \quad \boxed{5 \quad 5 - \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}}$$

$$5 \quad g \quad \boxed{7 \quad 0 + \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3}}$$

6

7

Uvedieme teraz jednotlivé iterácie kroku 3 algoritmu (začínáme s  $y = 0$ ):

0.
  - $TAH$  :  $a \quad \boxed{4 \quad 3 \quad -\frac{3}{4}}, b \quad \boxed{3 \quad 3 \quad \frac{2}{3}}$
  - $TAH$  sa po usporiadení nezmení
  - vykreslí sa úsek  $[3, 0] - [3, 0]$ , t.j. pixel  $[3, 0]$
  - z  $TAH$  sa žiadna hrana nezruší
  - $TAH$  :  $a \quad \boxed{4 \quad \frac{9}{4} \quad -\frac{3}{4}}, b \quad \boxed{3 \quad \frac{11}{3} \quad \frac{2}{3}}$
  - $y := 1$
1.
  - $TAH$  sa nezmení (žiadna hrana sa nepridá)

- $TAH$  sa po usporiadení nezmení
  - vykreslí sa úsek  $[\frac{9}{4}, 1] - [\frac{11}{3}, 1]$ , t.j. pixle  $[2, 1], [3, 1], [4, 1]$
  - z  $TAH$  sa žiadna hrana nezruší
  - $TAH : a$ 

4	$\frac{6}{4}$	$-\frac{3}{4}$
---	---------------	----------------

,  $b$ 

3	$\frac{13}{3}$	$\frac{2}{3}$
---	----------------	---------------
  - $y := 2$
- 2.
- $TAH : a$ 

4	$\frac{6}{4}$	$-\frac{3}{4}$
---	---------------	----------------

,  $b$ 

3	$\frac{13}{3}$	$\frac{2}{3}$
---	----------------	---------------

,  $d$ 

5	3	$\frac{1}{3}$
---	---	---------------

,  $e$ 

7	3	$-\frac{1}{5}$
---	---	----------------
  - $TAH : a$ 

4	$\frac{6}{4}$	$-\frac{3}{4}$
---	---------------	----------------

,  $d$ 

5	3	$\frac{1}{3}$
---	---	---------------

,  $e$ 

7	3	$-\frac{1}{5}$
---	---	----------------

,  $b$ 

3	$\frac{13}{3}$	$\frac{2}{3}$
---	----------------	---------------
  - vykreslia sa úseky  $[\frac{6}{4}, 2] - [3, 2]$  a  $[3, 2] - [\frac{13}{3}, 2]$ , t.j. pixle  $[2, 2], [3, 2], [4, 2]$
  - z  $TAH$  sa žiadna hrana nezruší
  - $TAH : a$ 

4	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$
---	---------------	----------------

,  $d$ 

5	$\frac{10}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	----------------	---------------

,  $e$ 

7	$\frac{14}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------

,  $b$ 

3	$\frac{15}{3}$	$\frac{2}{3}$
---	----------------	---------------
  - $y := 3$
- 3.
- $TAH$  sa nezmení (žiadna hrana sa nepridá)
  - $TAH : a$ 

4	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$
---	---------------	----------------

,  $e$ 

7	$\frac{14}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------

,  $d$ 

5	$\frac{10}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	----------------	---------------

,  $b$ 

3	$\frac{15}{3}$	$\frac{2}{3}$
---	----------------	---------------
  - vykreslia sa úseky  $[\frac{3}{4}, 3] - [\frac{14}{5}, 3]$  a  $[\frac{10}{3}, 3] - [\frac{15}{3}, 3]$ , t.j. pixle  $[1, 3], [2, 3], [3, 3], [4, 3], [5, 3]$
  - $TAH : a$ 

4	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$
---	---------------	----------------

,  $e$ 

7	$\frac{14}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------

,  $d$ 

5	$\frac{10}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	----------------	---------------
  - $TAH : a$ 

4	0	$-\frac{3}{4}$
---	---	----------------

,  $e$ 

7	$\frac{13}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------

,  $d$ 

5	$\frac{11}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	----------------	---------------
  - $y := 4$
- 4.
- $TAH : a$ 

4	0	$-\frac{3}{4}$
---	---	----------------

,  $e$ 

7	$\frac{13}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------

,  $d$ 

5	$\frac{11}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	----------------	---------------

,  $c$ 

5	$\frac{9}{2}$	$-\frac{1}{2}$
---	---------------	----------------
  - $TAH$  sa po usporiadení nezmení
  - vykreslia sa úseky  $[0, 4] - [\frac{13}{5}, 4]$  a  $[\frac{11}{3}, 4] - [\frac{9}{2}, 4]$ , t.j. pixle  $[0, 4], [1, 4], [2, 4], [3, 4], [4, 4], [5, 4]$
  - $TAH : e$ 

7	$\frac{13}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------

,  $d$ 

5	$\frac{11}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	----------------	---------------

,  $c$ 

5	$\frac{9}{2}$	$-\frac{1}{2}$
---	---------------	----------------
  - $TAH : e$ 

7	$\frac{12}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------

,  $d$ 

5	4	$\frac{1}{3}$
---	---	---------------

,  $c$ 

5	4	$-\frac{1}{2}$
---	---	----------------
  - $y := 5$
- 5.
- $TAH : e$ 

7	$\frac{12}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------

,  $d$ 

5	4	$\frac{1}{3}$
---	---	---------------

,  $c$ 

5	4	$-\frac{1}{2}$
---	---	----------------

,  $g$ 

7	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	---------------	---------------
  - $TAH : g$ 

7	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	---------------	---------------

,  $e$ 

7	$\frac{12}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------

,  $d$ 

5	4	$\frac{1}{3}$
---	---	---------------

,  $c$ 

5	4	$-\frac{1}{2}$
---	---	----------------
  - vykreslia sa úseky  $[\frac{1}{3}, 5] - [\frac{12}{5}, 5]$  a  $[4, 5] - [4, 5]$ , t.j. pixle  $[0, 5], [1, 5], [2, 5], [4, 5]$
  - $TAH : g$ 

7	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	---------------	---------------

,  $e$ 

7	$\frac{12}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------
  - $TAH : g$ 

7	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
---	---------------	---------------

,  $e$ 

7	$\frac{11}{5}$	$-\frac{1}{5}$
---	----------------	----------------
  - $y := 6$
- 6.
- $TAH$  sa nezmení (žiadna hrana sa nepridá)
  - $TAH$  sa po usporiadení nezmení
  - vykreslí sa úsek  $[\frac{2}{3}, 6] - [\frac{11}{5}, 6]$ , t.j. pixle  $[1, 6], [2, 6]$
  - z  $TAH$  sa žiadna hrana nezruší

- $TAH : g \begin{bmatrix} 7 & 1 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, e \begin{bmatrix} 7 & 2 & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$
  - $y := 7$
- 7.
- $TAH$  sa nezmení (žiadna hrana sa nepridá)
  - $TAH$  sa po usporiadení nezmení
  - vykreslí sa úsek  $[1, 7] - [2, 7]$ , t.j. pixle  $[1, 7], [2, 7]$
  - $TAH = \emptyset$

### Použitá literatúra

1. Ružický, E. - Ferko, A. 1995. Počítačová grafika a spracovanie obrazu. 1995. ISBN 80-967180-2-9. Bratislava: SAPIENTIA 1995.
2. Žára, J. a kol. 1998. Moderní počítačová grafika. ISBN 80-7226-049-9. Computer Press 1998
3. Juraj Štugel, [www.pg.miasto.sk](http://www.pg.miasto.sk)