Def 1.3.1 Zobrazenie množiny A do množiny B je podmnožina F karteziánskeho súčinu AxB množín A,B s vlastnoťami :

a) ku každému $a\in A$ existuje $b\in B$ tak, že $(a,b)\in F$
b) ak $(a,b)\in F$ a $(a,c)\in F$, tak b= c

Def 1.3.2 Dve zobrazenia φ: $A\rightarrow B$, ψ: $C\rightarrow D$ sa rovnajú (píšeme $\varphi=\psi$), ak A=C, B=D a pre každé $a\in A$ sa $a\varphi=a\psi$.

Def 1.3.3 Keď sú dané zobrazenia $\varphi:A\rightarrow B$ a $\psi:B\rightarrow C$, potom zobrazenie $\eta:A\rightarrow C$ také, že pre každé $a\in A$ sa $a\eta=(a\varphi)\psi$, nazývame zložením (kompozíciou) zobrazení φ aψ a píšeme $\eta=\varphi°\psi$

Veta 1.3.1 Nech φ: $A\rightarrow B$, $\psi:B\rightarrow C$ a $\eta:C\rightarrow D$, potom $(\varphi°\psi)°\eta=\varphi°(\psi°\eta)$ -Asociativny zákon

Def 1.3.4 Zobrazenie $\varphi:A\rightarrow B$ nazývame

a) injekciou (alebo prostým zobrazením nmožiny A do množiny B), ak pre každé $a,b\in A$, $a\neq b$ sa $a\varphi=b\varphi$.
Ináč, ak sa obrazy dvoch prvkov $a,b\in A$ rovnajú, tak tieto prvky sa rovnajú.
b) surjekciou (alebo zobrazením množiny A na množinu B), ak ku každému prvku $b\in B$ existuje prvok $a\in A$ tak, že $a\varphi=b$
c) bijekciou práve vtedy keď je aj injekciou aj surjekciou.

Veta 1.3.2 Kompozícia dvoch injekcií je injekcia, kompozícia dvoch surjekcií je surjekcia, kompozícia dvoch bijekcií je bijekcia.

Def 1.3.5 Zobrazenie $\varphi:A\rightarrow A$ nazývame transformáciou množiny A.
Zobrazenie $Ia:A\rightarrow A$, ktoré zobrazuje každý prvok množiny A na seba, čiže aIa=a, nazývame identickou transformáciou.

Def 1.3.6 Nech $\varphi:A\rightarrow B$ a $\psi:B\rightarrow A$. Ak $\varphi°\psi=Ia$, tak hovoríme, že φ je ľavé inverzné zobrazenie k ψ a ψ je pravé inverzné zobrazenie k zobrazeniu φ.

Veta 1.3.3 Nech $A\neq\emptyset$. Zobrazenie $\varphi:A\rightarrow B$ je injekcia vtedy a len vtedy, keď k nemu existuje pravé inverzné zobrazenie.

Veta 1.3.4 Zobrazenie $\varphi:A\rightarrow B$ je surjekcia vtedy a len vtedy, keď k nemu existuje ľavé inverzné zobrazenie.

Lema 1.3.2 K zobrazenie φ existuje najviac jedno inverzné zobrazenie. Ak existuje, tak je to bijekcia a oznacujeme ho φ na minu prvú.

Def 1.6.1 Binárna operáícia na množine A je zobrazenie množiny AxA do A. napr ° , pričom obraz usporiadanej dvojice (a,b) označujeme a°b.

Def 1.6.2 Neutrálnym prvkom binárnej operácie ° na množine A je taký prvok $e\in A$, že pre každé $a\in A$ platí e°a=a°e=a

Veta 1.6.1 Binárna operácia ° na množine A môže mať najviac jeden neutrálny prvok.

Def 1.6.3 Binárna operácia ° na množine A je asociatývna, ak pre všetky $a,b,c\in A$ platí a°(b°c)=(a°b)°c
Binárna operácia ° na množine A je komutatívna, ak pre všetky $a,b\in A$ platí a°b=b°a.

Def 1.6.4 Nech prvok $e\in A$ je neutrálnym prvkom operácie ° na množine A. Prvok a nazývame inverzným prvkom k prvku b ($a,b\in A$), ak a°b=e=b°a.

Veta 1.6.2 Nech je na množine A daná asociatývna b.o. ° a nech $e\in A$ je neutrálnym prvkom tejto operácie. Potom k prvku $a\in A$ existuje v množine A najviac jeden inverzný prvok. Ak existuje označme ho a na mínu prvú.

Def 1.6.5 Grupa je množina G s binárnou operáciou °, pričom

a) pre všetky $a,b,c\in G$ platí a°(b°c)=(a°b)°c,
b) existuje prvok $e\in G$ tak, že pre všetky $a\in G$ sa a°e=a=e°a,
c) Ku každému prvku $a\in G$ existuje prvok $b\in G$ tak, že a°b=e=b°a,

Ak binárna operácia ° je komutatívna, hovoríme o komutatívnej alebo abelovskej grupe.

Veta 1.6.3 Nech . je asociatývna binárna operácia na množine A. Potom súčin viacerých činiteľov nezávisí od spôsobu uzátvorkovania.

Veta 1.6.4 Nech je na množine A daná asociatývna a komutatívna operácia. Potom súčin viacerých činiteľov nezávisí od poradia činiteľov.

Def 1.7.1 Pole je množina s dvoma binárnymi operáciami $\oplus,\otimes$, pričom $(F,\oplus)$ je abelovská grupa s neutrálnym prvkom $\emptyset$, $(F-\{\emptyset\},\otimes)$ je abelovská grupa a pre všetky $a,b,c\in F$ platí $a\otimes(b\oplus c)=a\otimes b\oplus a\otimes c$,

$(b\oplus c)\otimes a = b\otimes a\oplus c\otimes a$.

Veta 1.7.1 Pole $(F,\oplus,\otimes)$ má tieto vlastnosti: Pre všetky $a,b,c\in F$ platí

a) $a\otimes\emptyset=\emptyset$,
b) $(-a)\otimes b=-a\otimes b$,
c) $(-a)\otimes(-b)=a\otimes b$,
d) ak $a\otimes b=a\otimes c$ a $\neq\emptyset$, tak $b=c$,
e) ak $a\otimes b=\emptyset$, tak $a=\emptyset$ alebo $b=\emptyset$.

Def 2.1.1 Nech $(F,+,.)$ je pole, $(V,\oplus)$ je komutatívna grupa. Ak existuje funkcia $\otimes:FxV\rightarrow V$, taká, že $a\otimes\varphi\in V$ a pre ľubovolné $a,b\in F$ a $\alpha,\beta\in V$ platí

a) $(a+b)\otimes\alpha=(a\otimes\alpha)\oplus(b\otimes\alpha)$,
b) $a\otimes(\alpha\oplus\beta)=(a\otimes\alpha)\oplus(b\otimes\alpha)$,
c) $a\otimes(b\otimes\alpha)=(a.b)\otimes\alpha$,
d) $1\otimes\alpha=\alpha$

Potom hovoríme že $((V,\oplus),(F,+,.),\otimes)$ je vektorový priestor V nad poľom F.
Zapisovať to budeme (V,F) alebo V(F).

Veta 2.1.1 Vo vektorovom priestore V(F) platí

a) $0\otimes\alpha=\emptyset$ pre ľubovolný vektor $\alpha\in V(F)$,
b) $c\otimes\emptyset=\emptyset$ pre ľubovolný skalár $c\in F$,
c) $c\otimes\alpha=\emptyset$ práve vtedy, keď $c=0$ alebo $\alpha=\emptyset$,
d) $(-c)\otimes\alpha=-c\otimes a$ pre ľubovoľné $\alpha\in V(F)$ a $c\in F$

Def 2.2.1 Neprázdnu podmnožinu S vektorového priestoru V(F) nazývame podpriestorom priestoru V(F), ak má tieto vlastnosti:

a) $\emptyset\in S$,
b) $\alpha,\beta\in S$, $\alpha\oplus\beta\in S$
c) ak $\alpha\in S$ a $c\in F$, tak $c\otimes\alpha\in S$

Veta 2.2.1 Nech S a T sú podpriestory vektorového pristoru V(F). Potom $S\cap T$ je podpriestorom priestoru V(F).

Def 2.2.2 Nech $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sú vektory priestoru V(F). Vektor α nazývame lineárnou kombináciou vektorou $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$, ak $\alpha= c1.\alpha 1+c2.\alpha 2+..+cn.\alpha n$, kde ci (i=1,2,..,n) sú vhodné prvky poľa F.

Veta 2.2.2 Nech $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sú vektory vektorového priestoru V(F). Potom množina
$M=\{c1.\alpha 1+c2.\alpha 2+..+cn.\alpha n , c1, c2, ..., cn\in F\}$ je podpriestorom vektorového priestoru V(F).

Def 2.2.3 Nech $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sú vektory priestoru V(F). Potom množinu všetkých lineárnych kombinácií vektorou
$\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ budeme označovať $[\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n]=\{c1.\alpha 1+c2.\alpha 2+..+cn.\alpha n : c1, c2, ..., cn\in F\}$ a budeme ju nazývať podpriestorom generovaným vektormi $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$.

Veta 2.2.3 Nech vektory$\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sú z podpriestoru S vektorového priestoru V(F). Potom $[\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n]\subseteq S$.

Veta 2.2.4 Nech$\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ patria do vektorového priestoru V(F). Vektor β je lineárnou kombináciou vektorov
$\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ vtedy a len vtedy, keď $[\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n]=[\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n, \beta]$.

Def 2.3.1 Nech vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ patria do vektorového priestoru V(F). Vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ nazývame lineárne závislé, ak existujú skaláry c1, c2, ..., cn z poľa F, z ktorých aspoň jeden je rôzny od nuly, tak, že
platí $c1.\alpha 1+c2.\alpha 2+...+cn.\alpha n=\emptyset$.
Vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sa nazývajú lineárne nezávislé, ak nie sú lineárne závislé. Teda vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sú lineárne nezávislé, ak z každej rovnosti tvaru $c1.\alpha 1+c2.\alpha 2+...+cn.\alpha n =\emptyset$, $ci\in F$ pre $1\leq i \leq n$ vyplýva, že všetky ci $(1\leq i \leq n)$ sa rovnjú nule.

Veta 2.3.1 Nech $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n >1$, sú vektory z vektorového priestoru V(F). Potom vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sú , lineárne závislé práve vtedy, keď jeden z vektorou $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ je lineárnou kombináciou ostatných.

Veta 2.3.1 Nech $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n \neq\emptyset$, sú vektory z vektorového priestoru V(F). Potom vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sú , lineárne závislé práve vtedy, keď jeden z vektorou nich je lineárnou kombináciou predchádzajúcich vektorou.

Veta 2.3.3 (Steinitzova veta). Nech vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ generujú priestor V(F). Nech vektory $\beta 1, \beta 2, ..., \beta k$ priestoru V(F) sú lineárne nezávislé. Potom $k \leq n$ a existuje n-k vektorov αi, ktoré spolu s vektormi

$\beta 1, \beta 2, ..., \beta k$ generujú priestor V(F).

Def 2.4.1 Vektorový priestor V(F) nazývame konečnorozmerný, ak existujú vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n \in V(F)$ tak, že $[\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n]=V(F)$. Ak V(F) nieje konečnorozmerný, nazývame ho nekonečnorozmerný.

Def 2.4.2 Nech vektorový priestor V(F0 je konečnorozmerný. Vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ nazývame bázou priestoru V(F), ak

a) $[\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n]=V(F)$,
b) Vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sú lineárne nezávislé.

Veta 2.4.1 Nech vektorový priestor V(F) je konečnoroznerný. Potom všetky bázy priestoru V(F) majú rovnaký počet prvkov.

Def 2.4.3 Dimenzia konečnorozmerného vektorového nenulového priestoru V(F) je počet prvkov niektorej z báz. Dimenzia nulového vektorového priestoru je 0. Dimenzia nekonečnorozmerného priestoru je nekonečno.

Dimenziu vektorového priestoru V(F) označujeme d(V(F)).

Veta 2.4.2 Nech je priestor V(F) konečnorozmerný a nech vektory $\beta 1, \beta 2, ..., \beta k \in V(F)$ sú lineárne nezávislé. Potom sa dajú vektory $\beta 1, \beta 2, ..., \beta k$ doplniť na bázu priestoru V(F).

Veta 2.4.3 Nech vektorový priestor V(F) má dimenziu n. Potom

a) vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ tvoria bázu práve vtedy, keď $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ sú lineárne nezávislé,
b) vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ tvoria bázu práve vtedy, keď $[\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n]=V(F)$.

Veta 2.4.4 Vektory $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ tvoria bázu vektorového priestoru V(F) práve vtedy, keď vektor $\beta \in V(F)$ možno jediným spôsobom vyjadriť v tvare lineárnej kombinácie $\beta = c1.\alpha 1+c2.\alpha 2+...+cn.\alpha n$, $ci \in F$ pre $1 \leq i \leq n$.

Veta 2.5.1 Nech S a T sú podpriestory vektorového priestoru V(F). Potom množina $S+T=\{\alpha+\beta:\alpha\in S,\beta\in T\}$ je podpriestorom vektorového priestoru V(F).

Def 2.5.1 Nech S a T sú podpriestory vektorového priestoru V(F). Podpriestor S+T sa nazýva lineárnym súčtom S a T.

Veta 2.5.2 Nech S a T sú podpriestory vektorového priestoru V(F).Nech $S=[\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n]$ a $T=[\beta 1, \beta 2, ..., \beta k]$.

Potom $S+T=[\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n , \beta 1, \beta 2, ..., \beta k]$.

Veta 2.5.3 Nech S a T sú podpriestory vektorového priestoru V(F). Potom $d(S)+d(T)=d(S+T)+d(S\cap T)$.

Def 2.5.2 Nech S a T sú podpriestory vektorového priestoru V(F) a nech $S\cap T=\{\varnothing\}$. Potom podpriestor S+T vektorového priestoru V(F) nazývame direktný súčet podpriestorov S a T a označujeme $S\oplus T$.

Veta 2.5.4 Nech S, T a P sú podpriestory konečnorozmerného vektorového priestoru V(F). Tieto podmienky sú potom ekvivalentné:

a) $P=S\oplus T$,
b) P=S+T a d(P)=d(S)+d(T),
c) Ak $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n$ je báza podpriestoru S a $\beta 1, \beta 2, ..., \beta k$ je báza podpriestoru T, tak $\alpha 1, \alpha 2, ..., \alpha n,\beta 1, \beta 2, ..., \beta k$ je báza podpriestoru P,
d) P=S+T a každý vektor $\varphi \in P$ sa dá jediným spôsobom vyjadriť v tvare $\alpha+\beta$, kde $\alpha \in S$ a $\beta \in T$.

Def 2.6.1 Nech je pole. Obdĺžniková tabuľka prvkov poľa F, pozostávajúca z m riadkov (vodorovné zoskupenia prvkov) a n stĺpcov (zvislé zoskupenia prvkov) sa nazýva matica typu mxn nad poľom F.

Def 2.6.2 Matica $\|a_{ij}\|_{m,n}$ s a rovná matici $\| b_{ij} \|_{r,s}$ ak m=r, n=s (teda ak sú obidve matice rovnakého typu) a ak pre všetky i=1, ..., m, j=1, ...,n platí $a_{ij} =b_{ij}$ (t.j. ak matice majú na rovnakých miestach rovnaké prvky, podobne jako v prípade usporiadaných n-tíc).

Def 2.6.3 Transponovanou maticou k matici $A=\| a_{ij} \|$ typu m x n je matica $B=\|b_{ij}\|$ typu n x m s vlatnosťou $a_{ij}=b_{ji}$. pre všetky i=1, ..., m, j=1, ..., n. (Maticu B dostaneme tak, že maticu A preklopíme okolo diagonály, ktorú tvoria všetky prvky a_{ii} : zameníme riadky za stĺpce.)

Def 2.6.4 Nech $A=\|a_{ij}\|$ a $B=\| b_{ij} \|$ sú matice typu m x n nad poľom F a nech $c\in F$. Potom

a) c-násobok matice A je matica $cA=C=\|c_{ij}\|$ toho istého typu m x n s prvkami $c_{ij} = c.a_{ij}$,
b) Súčtom matíc A a B je matica $A+B=D=\|d_{ij}\|$ typu m x n s prvkami $d_{ij}= a_{ij}+ b_{ij}$,

Inými slovami matice sčitujeme alebo násobíme skalárom po súradniciach podobne jako usporiadané n-tice.

Veta 2.6.1 Všetky matice typu m x n nad poľom F tvoria vzhľadom na operácie násobenie skalárom a sčitovanie matíc vektorový priestor. d(A)=m.n.

Def 2.7.1 Podpriestorom prislúchajúcim matici $A=\|a_{ij}\|_{m,n}$ nad poľom F nazývame vektorový podpriestor priestoru
Vn(F) generovaný riadkami matice chápanými jako vektory z Vn(F).

Def 2.7.2 Elementárna riadková operácia na matici je každý z nasledujúcich troch úkonov:
1. vzájomná výmena dvoch riadkov matice,
2. vynásobenie niektorého riadku matice nenulovým skalárom,
3. pripočítanie ľubovolného násobku niektorého riadku k inému riadku matice.

Def 2.7.3 Hovoríme, že matica A typu mxn je riadkovo ekvivalentná s maticou B typu mxn , ak B možno dostať z A
pomocou konečnej postupnosti elementárnych riadkových operácií.

Veta 2.7.1 Riadková ekvivalencia v množine všetkých matíc typu mxn nad daným poľom F je reflexívna, symetrická a tranzitývna - je to teda relácia ekvivalencie.

Veta 2.7.2 Riadkovo ekvivalentným maticiam prislúcha ten istý vektorový podpriestor.

Def 2.7.4 Hovoríme, že matica $A=\| a_{ij}\|$ je redukovaná trojuholníkovaá matica, ak platí :
a) vedúci prvok každého nenulového riadku je 1,
b) každý stĺpec obsahujúci vedúci koeficient niektorého riadku má všetky ostatné prvky nulové,
c) ak a_{ij} a a_{ks} sú dva vedúce prvky riadkov matice a ak i<k, tak aj j<s,
d) každý nenulový riadok leží nad každým nulovým riadkom.

Veta 2.7.3 Každá matica je riadkovo ekvivalentná s nejakou redukovanou trojuholníkovou maticou.

Veta 2.7.4 Nenulové riadky redukovanej trojuholníkovej matice sú lineárne nezávislé vektory.

Lema 2.7.4 Nech A je matica, Va podpriestor prislúchajúci A. Nech B je redukovaná trojuholníková matica riadkovo ekvivalentná s A. Potom nenulové riadky matice B tvoria bázu priestoru Va.

Def 2.7.5 Hodnosť matice A, označojeme ju h(a) je dimenzia podpriestoru Va prislúchajúceho matici A.

Lema 2.7.2 Riadkovo ekvivalentné matice majú rovnakú hodnosť.

Veta 2.7.5 Nech A a B sú redukované trojuholníkové matice , A typu m x n a B typu k x n, ktorým prislúcha ten istý podpriestor S vektorového priestoru Vn(F). Potom sa A a B môžu líšiť iba počtom nulových riadkov.

Def 2.8.1 Nech V(F) a W(F) sú vektorové priestory nad tým istým poľom F. Zobrazenie φ: V(F)$\rightarrow$W(F) sa nazýva
lineárne zobrazenie, ak pre každé dva vektory $\alpha,\beta\in$ V(F) a pre každý skalár $c\in$ F platí
a) $(\alpha+\beta)\varphi=(\alpha\varphi)+(\beta\varphi)$,
b) $(c\alpha)\varphi=c(\alpha\varphi)$.

Veta 2.8.1 (Základná veta o lineárnych zobrazeniach) Nech $\alpha 1$, $\alpha 2$, ..., αm je ľubovolná báza vektorového priestoru
V(F) a nech $\beta 1$, $\beta 2$, ..., βm súľubovolné vektory vektorového priestoru W(F). Potom existuje práve jedno
lineárne zobrazenie φ:V(f)$\rightarrow$W(F), pre ktoré platí $\alpha 1\varphi=\beta 1$, ...,$\alpha m\varphi=\beta m$ toto zobrazenie je dané predpisom $(c1\alpha 1+...+cm\alpha m)\varphi=c1\beta 1+...+cm\beta m$.

Def 2.8.2 Matica lineárneho zobrazenia φ:Vm(F)$\rightarrow$Vn(F) je matica typu m x n ktorej i-ty riadok (i=+,..., m) je $\varepsilon i\varphi$, t. j. je to obraz i-teho jednotkového vektora $\varepsilon i\in$ Vm(F).

Lema 2.8.1 Každému lineárnemu zobrazeniu φ:Vm(F)$\rightarrow$Vn(F) prislúcjha práve jedna matica typu m x n a obrátene.

Veta 2.9.1 Nech φ:U(F)$\rightarrow$V(F) a ψ:V(F)$\rightarrow$W(F) sú lineárne zobrazenia. Potom aj kompozícia $\varphi\circ\psi$ je lineárne zobrazenie.

Def 2.9.1 Súčinom matíc $A=\|a_{ij}\|_{m,n}$ a $B=\| b_{ij} \|_{n,r}$ nazývame maticu $AB=C=\| c_{ij} \|_{m,r}$, kde $c_{i\,j}= a_{i1}\, b_{1j}+...+a_{i\,n}\, b_{n\,j}$.

Def 2.9.2 Maticou kompozície dvoch lineárnych zobrazení je je súčin matíc týchto zobrazení (v tom istom poradí).

Def 2.9.2 Elementárna matica prislúchajúca niektorej elementárnej riadkovej operácií je matica, ktorá vznikne z jednotkovej matice vykonaním tej istej elementárnej operácie.

Veta 2.9.3 Nech A je matica typu m x n nad poľom F. Nech B je matica ktorá vznikne z A pomocou jedinej elementárnej riadkovej operácie O a nech E je elementárna matica, ktorá vznikne z jednotkovej matice pomocou tej istej operácie O. Potom B=E.A.

Veta 2.10.1 Inverzné zobrazenie k lineárnemu zobrazeniu (ak existuje) je lineárne.

Lema 2.10.1 Nech φ:V(F)$\rightarrow$W(F) je bijektívne zobrazenie . Potom existuje lineárne zobrazenie ψ:W(F)$\rightarrow$V(F) s tou vlastnosťou, že $\varphi\circ\psi$ je identické zobrazenie na V(F) a $\psi\circ\varphi$ je identické zobrazenie na W(F).

Veta 2.10.1.1 Nech $\alpha 1$, $\alpha 2$, ..., αn je báza vektorového priestoru V(F) a nech φ:V(F)$\rightarrow$W(F) je lineárne zobrazenie.

Potom

a) φ je injekcia práve vtedy, keď $\alpha 1\varphi$, ..., $\alpha n\varphi$ sú lineárne nezávislé vektory,

b) φ je surjekcia práve vtedy, keď [$\alpha 1$, $\alpha 2$, ..., αn]=V(F).

Veta 2.10.2 Nech $\alpha 1$, $\alpha 2$, ..., αn je báza vektorového priestoru V(F) a nech φ:V(F)$\rightarrow$W(F) je lineárne zobrazenie.

Potom φ je bijekcia práve vtedy, keď $\alpha 1\varphi$, ..., $\alpha n\varphi$ je báza priestoru W(F).

Lema 2.10.2 Nech φ: Vn(F)$\rightarrow$Vn(F) je lineárne zobrazenie. Potom nasledujúce tvrdenia sú ekvivalentné

a) φ je bijekcia,
b) φ má inverznú transformáciu (lieárnu),
c) hodnosť matice Aφ zobrazenia φ je n.

Def 2.10.1 Regulárna matica je každá štvorcová matica stupňa n, ktorej hodnosť je n. Podobne regulárna lineárna transformácia je každá bijektývna lineárna transformácia Vn(F)$\rightarrow$Vn(F).

Štvorcová matica (príp. Lineárna transformácia), ktorá nie je regulárna, sa nazýva singulárna matica (príp. singulárna transformácia) Môžeme teda povedať že lineárna transformácia je regulárna práve vtedy, keď jej matica je regulárna.

Def 2.10.2 Nech A je matica typu n x n. Hovoríme že matica B typu n x n je inverzná matica k matici A, ak AB=BA=I, kde I je jednotková matica (stupňa n). Maticu B označujeme symbolom A na -1.

Veta 2.10.3 Štvorcová matica je regulárna práve vtedy, keď má inverznú maticu.

Def 2.10.3 Hovoríme, že vektorový priestor V(F) je izomorfným vektorovým priestorom W(F), ak existuje bijektývne lineárne zobrazenie φ: V(F)$\rightarrow$W(F). Vtomto prípade hovoríme, že φ je izomorfizmus vektorového priestoru V(F) na vektorový priestor W(F).

Veta 2.10.4 (Veta o reprezenácii konečnorozmerných vektorových priestorov). Nech vektorový priestor V(F) má konečnú dimenziu n > 0 . Potom priestor V(F) je izomorfný s vektorovým priestorom Vn(F) všetkých usporiadaných n-tíc prvkov poľa F.

Def 2.11.1 Hovoríme, že n-tica (r1,..,rn), ri$\in$F, je riešením i-tej rovnice systému (2), ak ai1.r1+ai2.r2+...+ain.rn=ci

Hovoríme, že (r1,..,rn) je riešením systému (2), ak je riešením každej rovnice tohoto systému.

Veta 2.11.1 Ak rozšírené matice dvoch systémov leneárnych rovníc sú riadkovo ekvivalentné, tak systémy majú rovnakú množinu riešení (t. j. sú ekvivalentné).

Veta 2.11.2 Nech S je množina všetkých riešení systému (5). Potom S je vektorový podpriestor priestoru Vn(F).

Veta 2.11.3 Vektory γr+1,γr+2,... ,γn tvoria bázu priestoru všetkých riešení systému (6).

Veta 2.11.4 Pre každú maticu nad poľom F sa h(A)=h(A^T), t. j. matica A a matica k nej transponovaná majú rovnakú hodnosť.

Veta 2.11.5 Každý podpriestor vektorového priestoru Vn(F) je množinou všetkých riešení nejakého homogénneho systému lineárnych rovníc s n neznmámimi nad poľom F.

Veta 2.11.6 (Frobeniova veta). Systém rovníc (2) je riešiteľný práve vtedy, keď hodnosť matice systému sa rovná hodnosti rozšírenej matice systému.

Veta 2.11.7 Nech A je matica typu m x n a C matica typu m x 1 s prvkami z poľa F. Nech α=(a1, ..., an) je riešením systému A.X=C a nech S je podpriestorom Vn(F) všetkých riešení homogénneho systému A.X=0. Nech T je množinou všetkých riešení systému A.X=C. Potom T={α+β, $\beta\in$S}.