Kapitola 2: Sumy

Príklad 2.1. Rozpíšte nasledujúcu sumu $\sum_{1\leq i<j<k\leq 4} a_{ijk}$ podľa i, j, k a podľa k, j, i.

Príklad 2.2. Čo je chybné na sume:

$$\left(\sum_{1\leq j\leq n} a_j\right)\left(\sum_{1\leq k\leq n} \frac{1}{a_k}\right) = \sum_{1\leq j\leq n}\sum_{1\leq k\leq n} \frac{a_j}{a_k} = \sum_{1\leq k\leq n}\sum_{1\leq k\leq n} \frac{a_k}{a_k} = \sum_{1\leq k\leq n} n = n^2$$

Príklad 2.3. Spočítajte nasledujúcu sumu: $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$.

Príklad 2.4. Spočítajte nasledujúcu sumu: $\sum_{k=1}^{n} \frac{(2k+1)}{k(k+1)}$.

Príklad 2.5. Spočítajte: $\sum_{k=1}^{n} \mathcal{H}_k$ (perturbáciou $\sum_{k=1}^{n} k\mathcal{H}_k$)

Príklad 2.6. Spočítajte: $\sum_{k=1}^{n}(-1)^{(n-k)}$.

Príklad 2.7. Spočítajte: $\sum_{k=1}^{n}(-1)^{(n-k)} \cdot k$.

Príklad 2.8. Spočítajte: $\sum_{k=1}^{n}(-1)^{(n-k)} \cdot k^2$.

Príklad 2.9. Spočítajte: $\sum_{k=0}^{n} kx^k$.

Príklad 2.10. Spočítajte: $\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k}$.

Príklad 2.11. Použitím distributívneho, komutatívneho a asociatívneho zákona dokážte, že:

$$\sum_{0\leq k<n} (a_{k+1} - a_k)b_k = a_n b_n - a_0 b_0 - \sum_{0\leq k<n} a_{k+1}(b_{k+1} - b_k), n > 0$$

Príklad 2.12. Spočítajte: $\sum_{k=1}^{n} k^3$.

Príklad 2.13. Spočítajte: $\sum_{k=0}^{n-1} k(k-1)(k-2)(k-3)$.