

Def 2.1 Nech sú A,B ľubovolné množiny. Hovoríme, že množina A sa rovná množine B ( $A=B$ ) práve vtedy, keď každý prvok množiny A je súčasne prvkom množiny B a každý prvok množiny B je súčasne prvkom množiny A. Symbolicky zapísané  $A=B \Leftrightarrow \forall x [ [(x \in A) \Rightarrow (x \in B)] \Leftrightarrow [(x \in B) \Rightarrow (x \in A)] ]$  resp.  $\forall x [ (x \in A) \Leftrightarrow (x \in B) ]$

Def 2.2 Nech sú A,B ľubovolné množiny. Ak pre každý prvok  $x \in A$  platí, že x je prvkom B, tak potom hovoríme, že

množina A je podmnožinou množiny B. Symbolicky zapísané  $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x [ (x \in A) \Rightarrow (x \in B) ]$

Ak  $A \subseteq B$  a existuje nejaký prvok množiny B taký, že nepatrí do A hovoríme že a je vlastná podmnožina množiny B,  $A \subset B$ .

Def 2.3 Nech sú A,B ľubovolné množiny. Zjednotením množín A, B nazývame množinu všetkých prvkov, ktoré patria aspoň do jednej z množín A,B :  $A \cup B = \{ x, (x \in A) \vee (x \in B) \}$ .

Def 2.4 Nech sú A,B ľubovolné množiny. Prienikom množín A,B nazveme množinu všetkých prvkov, ktoré patria

súčasne do oboch množín A,B.  $A \cap B = \{ x, (x \in A) \wedge (x \in B) \}$ .

Def 2.5 Prázdna množina, je množina ktorá, neobsahuje žiadny prvok. Označenie  $\emptyset$ , alebo  $\{ \}$ .

Veta 2.1 (a) Prázdna množina je podmnožinou ľubovolnej množiny.

(b) Existuje práve jedna prázdna množina.

Def 2.6 Nech A je ľubovolná množina.  $A \subseteq U$ . Doplnkom množiny A vzhľadom na množinu U nazývame množinu

všetkých tých prvkov U, ktoré nepatria do množiny A.  $A^c = \{ x, x \in U \wedge \neg(x \in A) \}$ .

Def 2.7 Nech sú A,B ľubovolné množiny. Rozdielom množín A, B nazveme množinu všetkých tých prvkov množiny A, ktoré nepatria do množiny B:  $A - B = \{ x, (x \in A) \wedge \neg(x \in B) \}$ .

Def 2.8 Nech sú A,B ľubovolné množiny. Symetrickou diferenciou množín A, B nazveme množinu

$A \div B = \{ x, [(x \in A) \wedge \neg(x \in B)] \vee [\neg(x \in B) \wedge (x \in A)] \}$ .

Veta 2.2 Nech A, B, C sú ľubovolné množiny. Potom platí

- $A \cup A = A$  idempotentnosť
- $A \cap A = A$  idempotentnosť
- $A \cup B = B \cup A$  komutatívnosť
- $A \cap B = B \cap A$  komutatívnosť
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$  asociatívnosť
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$  asociatívnosť
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  distributívne zákony
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  distributívne zákony
- $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$
- $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$
- $(A \cup B)^c = (A^c \cap B^c)$  de morganove zákony
- $(A \cap B)^c = (A^c \cup B^c)$  de morganove zákony
- $(A^c)^c = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset, A \cup \emptyset = A$
- $A \cap A^c = \emptyset, A \cup A^c = U$
- $A \cap (A \cup B) = A$  absorbčné zákony
- $A \cup (A \cap B) = A$  absorbčné zákony

Veta 2.3 Nech A, B, C sú ľubovolné množiny. Potom platia nasledujúce vzťahy

- $(A \cap B) - C = A \cap (B - C)$
- $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$
- $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$
- $C - (A \cap B) = (C - A) \cap (C - B)$
- $C - (A \cup B) = (C - A) \cap (C - B)$
- $A - B = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B$
- $A - (B - C) = (A - B) \cup (A - C)$
- $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

Veta 2.4 Nech A, B, C sú ľubovolné množiny. Potom platia nasledujúce vzťahy

- $A \div B = B \div A$  komutatívnosť
- $A \div B = (A \cup B) - (A \cap B)$
- $A \div (B \div C) = (A \div B) \div C$  asociatívnosť

d) rovnica  $X \div A = B$  má jediné riešenie  $X = A \div B$

Veta 2.5 Nech  $A, B, C$  sú ľubovoľné množiny. Potom sú nasledujúce výroky ekvivalentné

- a)  $A \subseteq B$
- b)  $A \cap B = A$
- c)  $A \cup B = B$
- d)  $A - B = \emptyset$
- e)  $A^c \cup B = U$
- f)  $A \div B = B - A$

platí  $\neg(A \subseteq B) \Leftrightarrow A - B \subseteq B$

Veta 2.6 Nech  $A, B, C$  sú ľubovoľné množiny.

- (a) inklúzia  $C \subseteq A \cap B$  platí práve vtedy, keď  $C \subseteq A$  a  $C \subseteq B$
- (b) inklúzia  $A \cup B \subseteq C$  platí práve vtedy, keď  $A \subseteq C$  a  $B \subseteq C$ .

Def 2.9 Nech je daná množina  $M$ . Potenčnou množinou množiny  $M$  nazývame množinu všetkých podmnožín množiny  $M$ :  $p(M) = \{X, X \subseteq M\}$