Domáca úloha číslo 1

Podpísané riešenia odovzdať na prednáške 17.10.2000.

Cvičenie 1.1. Nech $A(x)$, $B(x)$ sú ľubovoľné výrokové formy. Rozhodnite, ktoré z nasledujúcich kvantifikovaných výrokov sú tautológie a ktoré nie. V prípade, že sa nejedná o tautológiu, uveďte príklady výrokových foriem $A(x)$, $B(x)$ dokazujúcich, že sa nejedná o tautológiu.

1. $\exists x\, [A(x) \Rightarrow B(x)] \Rightarrow [\forall x\, A(x) \Rightarrow \exists x\, B(x)]$
2. $\forall x\, [A(x) \Rightarrow B(x)] \Rightarrow [\exists x\, A(x) \Rightarrow \exists x\, B(x)]$

Cvičenie 1.2. Zapíšte symbolicky nasledujúce výroky a znegujte ich: pre každé dve prirodzené čísla existuje aspoň jedno prirodzené číslo x tak, že platí $a + x = b$;

Cvičenie 1.3. Rovnosť $A \cup B = A \cap C$ platí práve vtedy, keď $B \subset A \subset C$. Dokážte alebo vyvráťte.

Cvičenie 1.4. Koľko je všetkých relácií ekvivalencie na trojprvkovej množine? Koľko ich je na štvorprvkovej množine?

Cvičenie 1.5. Zistite, ktoré relácie R na množine prirodzených čísel sú reflexívne, symetrické a tranzitívne:
(a) $(x, y) \in R \equiv x + y$ je párne číslo,
(b) $(x, y) \in R \equiv x + y \leq 100$,
(c) $(x, y) \in R \equiv x|y$,

Cvičenie 1.6. Zostrojte množiny X, Y a zobrazenie $f : X \to Y$ tak, aby relácia f^{-1} nebola zobrazenie.

Cvičenie 1.7. Nech $A \subset B$. Potom $\mathcal{P}(A) \subset \mathcal{P}(B)$.