

## Domáca úloha číslo 2

Podpísané riešenia (aspoň štyroch úloh) odovzdať do 17.11.2000, 12.00 (ideálne na prednáške 14.11.).

1. Dokážte, že pre každé prirodzené číslo  $n$  platí:

$$2 \leq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < 3.$$

Dokážete tento odhad aj nasledujúco zlepšiť?  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \leq e$  pre všetky  $n \geq 1$ ,  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \geq e$  pre všetky  $n \geq 1$ .

2. Koľko existuje trojuholníkov s celočíselnými stranami, ktorých obvod je 40.

3. Dve osoby si rozdeľujú  $2n$  predmetov prvého druhu,  $2n$  predmetov druhého druhu a  $2n$  predmetov tretieho druhu a to tak, aby každá z nich dostala  $3n$  predmetov. Určte počet takýchto rozdelení.

4. Koľko existuje  $k$  prvkových podmnožín množiny  $\{1, 2, \dots, n\}$ , ktoré neobsahujú žiadne dve za sebou idúce čísla.

5. Koľko je všetkých deliteľov čísla  $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$ , kde  $p_1, p_2, \dots, p_r$  sú rôzne prvočísla,  $\alpha_i \geq 1$ ? Čomu sa rovná súčet deliteľov?