6. Aproximatívne odvodzovanie

Reálne - neidealizované - problémy sú prakticky vždy zaťažené množstvom

NEURČITOSTÍ

rôzneho typu. Vyplývajú z

Pôvod neurčitostí

☞ **nepresnosti, neostrosti, nerozlíšiteľnosti pozorovaní a meraní** spôsobené vplyvmi
- ✓ fyzikálneho prostredia (pozadie/šumy),
- ✓ meracej a zobrazovacej nepresnosti prístrojov,
- ✓ citlivosti, rozlišovacej schopnosti, chybovosti, skresľovania zmyslových orgánov človeka,

☞ **neúplnosti, vágnosti, negategorickosti, nejednoznačnosti, nespoľahlivosti** dostupných **poznatkov aj údajov**,

☞ **absencie úplnej**, resp. **jednoznačnej špecifikácie riešených problémov**, **ich pre-, resp. podurčenosti**, ako aj v dôsledku **nevyhnutných zjednodušovaní**, keď sú príliš zložité,

☞ **náhodnosti (stochastičnosti), variabilnosti, mnohorozmernosti javov reality**,

☞ zdanlivej alebo skutočnej **protirečivosti, konfliktnosti (antagonizmu), nesúladu javov, vzťahov, prostriedkov, záujmov,**

☞ **ohraničenej expresivite a vágnosti výrazových prostriedkov prirodzeného jazyka.**

Neurčitosti vedú k neistotám

NEURČITOSTI SPÔSOBUJÚ NEISTOTY

a tie sa prejavujú

☞ **absenciou definitívnych a kategorických rozlíšení, ich neostrosťou (vágnosťou),**

☞ **nejednoznačnosťou (vzťahov, relácií) kvôli protichodným, konfliktným, rozporným, nešpecifickým, nedostatočne preukázaným závislostiam.**

V každodenom laickom aj odbornom živote musí človek čeliť týmto neistotám. Očakáva sa, že aj jeho výtvor - expertný systém, nástroj v jeho rukách, dokáže ich v určitom rozsahu ošetriť.

6.1 *Neurčitosti a produkčné pravidlá*

Neurčitosti, a z nich plynúce neistoty, musia teda mať svoj odraz v reprezentácií faktov aj znalostí. Najčastejšie sa s touto problematikou stretávame v súvislosti s produkčnými pravidlami a ich interpretéciou v procese inferencie. Produkčné pravidlá sa dajú dichotomicky rozdeliť na také, ktoré

- sú vyjadrením **KATEGORICKY (isto)** platných poznatkov - definitívnych asercií - (ak sa zvýši teplota média v uzavretej nádobe, tak sa zvýši aj jeho tlak; ak prší, tak je vozovka mokrá),

Neurčitosti a nekategorické produkčné pravidlá

- vyjadrujú **NEKATEGORICKÉ** poznatky, také čo sú **zaťažené neistotou**, t.j. **platnosť reprezentovanej asercie nie je kategorická**, má iba určitnú **vieryhodnosť**, ktorá môže byť aj situačne aj kontextovo podmienená (ak je vozovka mokrá, tak prší/pršalo, ak má človek mozoľnaté ruky, tak je robotník, ak je Fero výborný odborník, tak má vysoký plat).

Uvedené členenie má vzťah k významu a k miere platnosti **pravidlom reprezentovanej implikácie**:

- ✓ *v prvom prípade z kategorickej platnosti predpokladu vyplýva kategorická platnosť dôsledku*
- ✓ *v druhom prípade aj napriek kategorickej platnosti predpokladu, dôsledok je považovaný za platný iba s istou vieryhodnosťou.*

Teda pravidlá môžu reprezentovať nekategorické, t.j. neurčitosťou zaťažené asercie. Vtedy, hoci by predpoklad pravidla nadobudol kategorickú pravdivostnú hodnotu, platnosť jeho dôsledku je implikovaná iba s určitou vieryhodnosťou.

Nielen pravidlá, ale aj ich **predpoklad** môže byť (situačne) **splnený** buď

- **kategoricky** (isto, definitívne), alebo

Neurčitosť v predpoklade

- **nekategoricky** (s neistotou, iba s určitou vieryhodnosťou).

Splnenie predpokladu je podmienené splnením **sú v ňom obsiahnutých podmienok.** Dôsledkom všade prítomných neurčitostí a teda neistôt aj **o splnení podmienok sa veľmi často dá hovoriť iba s určitou vieryhodnosťou**. (Ukážky nekategoricky hodnotiteľných podmienok: *'mozoľnatosť rúk - je alebo nie je ruka mozoľnatá a keď, potom nakoľko?', 'vzdialenosť - je alebo nie je [a kedy je] malá?', 'postava - je alebo nie je vysoká?', 'liek - je alebo nie je a kedy je účinný?', 'bolesť - kedy a ako je silná?', 'bol alebo nebol Filip otcom Alexandra? [veď iba matka je istá]'*; problémy vznikajú aj v zdanlivo kategorických prípadoch - *'má alebo nemá Peter 25 rokov v deň, keď nemá narodeniny?', 'váži zlatý prsteň 4.5 g, keď na displeji digitálnych váh preskakujú číslice od 4.3 po 4.7g?', 'je v zásuvke elektrickej prípojky napätie 220 V, keď voltmeter je schopný merať iba s určitou presnosťou a ukazuje kolísavé hodnoty okolo tej, čo sa predpokladá?'*.)

Kombinovanie neurčitosti pravidla a jeho predpokladu

V súvislosti s kategorickou, resp. nekategorickou povahou tvrdení reprezentovaných produkčnými pravidlami sa v prehľadnej podobe dá vysloviť nasledovné

PREDPOKLAD PLATÍ ➢ / PRAVIDLO PLATÍ ⮟	KATEGORICKY	S URČITOU VIERYHODNOSŤOU
KATEGORICKY	PLATNOSŤ DÔSLEDKU JE KATEGORICKÁ	DÔSLEDOK NADOBÚDA VIERYHODNOSŤ PREDPOKLADU
S URČITOU VIERYHODNOSŤOU	DÔSLEDOK NADOBÚDA VIERYHODNOSŤ PRAVIDLA	DÔSLEDOK NADOBÚDA VIERYHODNOSŤ KOMBINÁCIOU VIERYHODNOSTI PRAVIDLA A VIERYHODNOSTI SPLNENIA PREDPOKLADU

Tab. 6.1

Obsah uvedenej tabuľky možno vyjadriť aj v nasledujúcej podobe

AK **pravidlo platí kategoricky (s istotou** - reprezentuje kategorickú aserciu)
TAK AK jeho **predpoklad je kategoricky (s istotou) splnený,**
TAK **platnosť jeho dôsledku je kategorická,**
INAK (t.j. keď **predpoklad platí iba s určitou vieryhodnosťou**)
jeho **dôsledok má vieryhodnosť, s ktorou je splnený predpoklad**;
INAK (t.j. keď pravidlo platí iba s **určitou vieryhodnosťou** a teda reprezentuje nekategorickú, neurčitosťou zaťaženú aserciu)
AK jeho **predpoklad je kategoricky splnený,**
TAK jeho **dôsledok má vieryhodnosť pravidla**;
INAK (t.j. keď **predpoklad platí iba s určitou vieryhodnosťou**)
dôsledok nadobúda vieryhodnosť **kombináciou vieryhodnosti pravidla a vieryhodnosti splnenia predpokladu**.

Otázky súvisiace s problematikou neurčitostí

Realita nekategoricky vyhodnotiteľných pravidiel nás stavia pred viaceré závažné otázky, napríklad:

- *Ak sa jednotlivé podmienky predpokladu vyhodnocujú s rôznou vieryhodnosťou, akú má vieryhodnosť predpoklad pravidla?*
- *Akú vieryhodnosť pripísať dôsledku (ne)kategorických pravidiel, keď údaje, na základe ktorých sa vyhodnocuje ich predpoklad, sú nepresné, nespoľahlivé, zaťažené neistotou?*
- *Do akej miery, akého stupňa, je vieryhodný dôsledok (ne)kategorických pravidiel, keď sú podmienky jeho predpokladu splnené s (ne)istotou?*
- *V prípade, že ten istý dôsledok je odvoditeľný na základe viacerých predpokladov*
  - *s rovnakou vieryhodnosťou,*
  - *s rôznou, ale len potvrdzujúcu, resp. len vylučujúcu vieryhodnosťou,*
  - *s rôznou a súčasne potvrdzujúcu/dokazujúcu aj spochybňujúcu/vylučujúcou vieryhodnosťou,*

  aká má byť výsledná vieryhodnosť dôsledku?

Zatiaľ je počet takých a obdobných otázok, t.j. otázok, na ktoré doteraz nie sú známe dostatočne uspokojivé odpovede, väčší než počet tých, ktoré sú zodpovedané, alebo na ktoré smer hľadania odpovede je už zrejmý. V súvislosti s reprezentáciou a používaním nekategorických znalostí asertívneho typu, obdobne ako aj v súvislosti s údajmi (faktami) zaťaženými neistotou, potreba hľadať odpovede na otázky uvedeného typu je zreteľná aj z hľadiska inferenčného procesu.

Naliehavosť toho vyvstane akonáhle si uvedíme, že dôsledky jedných pravidiel sa vyskytujú v úlohe podmienok predpokladu iných pravidiel, čo implikuje možnosť **lavínovitého šírenia sa (propagovania) neurčitostí v odvodzovacom procese**. Naviac, optika inferenčného procesu zvýrazňuje potrebu vnímať neurčitosti nielen z lokálneho pohľadu jediného neistého faktu, podmienky, predpokladu, či pravidla, ale aj z globálnejších pohľadov zohľadňujúcich vzájomné interakcie neurčitostí a ich dopad na vieryhodnosť odvodeného výsledu.

Odvodzovanie za neurčitostí, keď odvodené dôsledky sú zaťažené neurčitosťou, neistotou, pomenúvame termínom

Aproximatívne odvodzovanie

APROXIMATÍVNE ODVODZOVANIE.

Inferenčný mechanizmus zabezpečujúci **aproximatívne odvodzovanie**, pokiaľ to poznanie aplikačnej reality pripúšťa, má **klásť dôraz na procesy stelesňujúce metódy umožňujúce neurčitosti odvodeného minimalizovať**.

V nasledujúcom upriamime pozornosť na niektoré zo základných princípov aproximatívnej inferencie. Členíme ich na

Kvantitatívne a kvalitatívne metódy aproximatívnosti

KVANTITATÍVNE a **KVALITATÍVNE**.

Kvantitatívne spočívajú na váhovaní vieryhodnosti splnenia, resp. platnosti podmienok, predpokladu, samotného pravidla a jeho dôsledku. Produkčným pravidlám tohto druhu hovoríme **nekategorické**. Skúsenosti s ich uplatňovaním v aplikáciách ES sú pomerne značné. Aj rozsah súvisiacich teoretických znalostí je rozsiahlý. Nie je však vždy bezprostredne uplatniteľný. Je to živá a rozsiahla problematika, ktorej sú venované osobitné monografie a zborníky. Preto aj rozsah pozornosti, ktorý tejto problematike venujeme je pomerne obsiahlý, aj keď nepresiahne úroveň úvodu do problematiky.

Neobídeme ani (teoreticky nedostatočne podložené a preskúmané a tým aj motivujúce) kvalitatívne princípy aproximatívneho odvodzovania, ktoré, hoci spočívajú na **kategorických** produkčných pravidlách, sú spôsobilé realizovať aproximatívne metódy a teda situačne odvodiť dôsledok na rôznych úrovniach vieryhodnosti.

Je vhodné ešte zdôrazniť, že kým

Usudzovanie s neurčitosťou a usudzovanie o neurčitosti

- ✓ *kvantitatívne (numerické) metódy aproximatívnej inferncie korešpondujú* **USUDZOVANIU S NEURČITOSŤOU,**
- ✓ *kvalitatívne (nenumerické) korešpondujú* **S USUDZOVANÍM O NEURČITOSTI.**

Hoci teda ponúkame pomerne značný rozsah textu, ten ani zďaleka neumožňuje v dostatočnom rozsahu pokryť problematiku aproximatívnosti[1]. Ponúkame predovšetkým základné a orientačné informácie. Sú nepochybne použiteľným odrazovým mostíkom pre úvahy o voľbe vhodnej metódy aproximatívnej inferencie, resp. pri konceptualizácii vlastnej metódy a jej inkorporovaní do vyvíjaného systému.

Na rozdiel od doteraz uvažovaného tvaru predpokladu produkčných pravidiel tvorených výlučne konjunkciami podmienok, v ďalšom, kvôli všeobecnosti, uvažujeme predpoklady jadra produkčných pravidiel v tvare pripúšťajúcom vzájomnú väzbu podmienok operátormi konjunkcie aj disjunkcie, vrátane negovaných podmienok. Ich úprava do dizjunktívnej normálnej formy je len špecializáciou metód, ktoré uvádzame.

[1] Východiskom a teoretickým podložím problematiky aproximatívného odvodzovania - pomerne širokej vednej oblasti - je predovšetkým teória pravdepodobnosti a z nej odvodené matematické metódy, ako aj teória neostrých (fuzzy) množín. Patria však sem aj niektoré odvetvia logiky. V uplatňovaných metódach sa dajú vystopovať aj psychológiou motivované prístupy. Záujemcom o hlbšie preniknutie do praktickej a aj vedecky zaujímavej a lákavej problematiky odporúčame siahnuť po príslušnej špecializovanej odbornej literatúre.

Nech množina

$\{\mathbf{p_1, p_2, ..., p_n}\}$,

je tvorená všetkými podmienkami $\mathbf{p_i}$, ktoré sa - nezávisle od ich vzájomných logických väzieb - vyskytujú v predpoklade **p** jadra produkčného pravidla.

Štruktúra neurčitostí

Nech symboly **u, v, w** reprezentujú numerickú hodnotu vieryhodnosti. Spravidla sa uvažujú hodnoty z oboru reálnych čísiel buď z uzavretého intervalu [0,1], alebo [-1,1][2]. Priradíme im nasledujúce úlohy:

SYMBOL	HODNOTA VIERYHODNOSTI
$\mathbf{u_i}$	**splnenia podmienky $\mathbf{p_i}$ v predpoklade pravidla**
u	**splnenia predpokladu p pravidla ako celku**
v	**produkčného pravidla** (pravidlo je symbolizované znakom R)
w	**odvodeného dôsledku d jadra produkčného pravidla**

Kombinovanie neurčitostí

Ďalej nech funkcie $\mathbf{K_u}$, $\mathbf{K_R}$ a $\mathbf{K_d}$ s oborom hodnôt z uzavretého intervalu reálnych čísel [0,1], resp. [-1,1], v uvedenom poradí kombinujú

✓ **vieryhodnosti podmienok do výslednej vieryhodnosti predpokladu**

$$\mathbf{K_u(u_1, u_2, ..., u_n) = u}$$

✓ **vieryhodnosť predpokladu a vieryhodnosť pravidla do vieryhodnosti dôsledku**

$$\mathbf{K_R(u, v) = w}$$

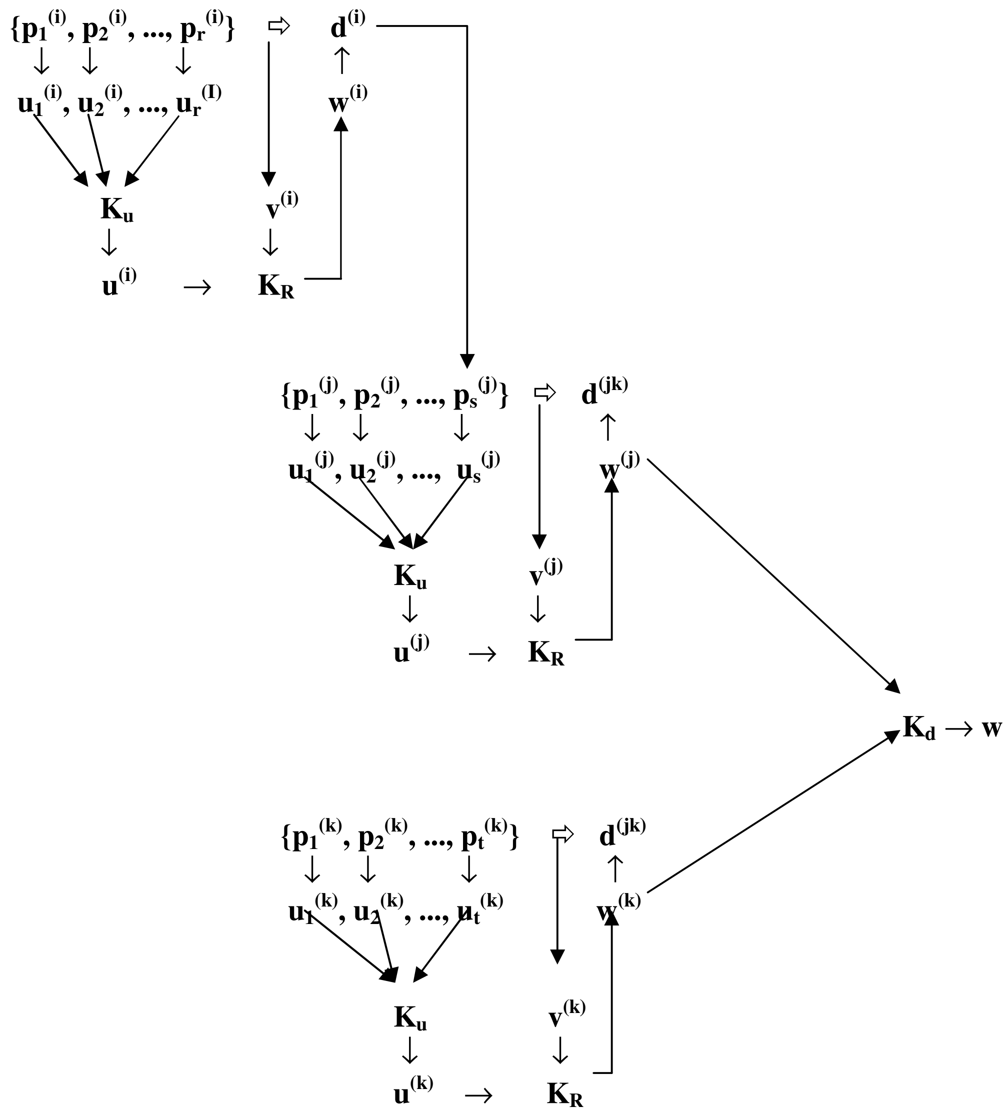
✓ **rôzne vieryhodnosti toho istého dôsledku $\mathbf{w^{(i)}}$ odvodené vyhodnotením rôznych predpokladov $\mathbf{p^{(i)}}$ do výslednej vieryhodnosti dôsledku**

$$\mathbf{K_d(w^{(1)}, w^{(2)}, ..., w^{(n)}) = w}$$

Sémantika uvedených funkcií je ilustrovaná schémou z nasledujúcej strany.

Výpočtová realizácia funkcií $\mathbf{K_u, K_R, K_d}$ môže byť založená na rôznych metódach. Tie buď spočívajú na teoreticky podložených koncepciách alebo intuitívne navrhnutých postupoch. Bude o nich pojednané v nadväzujúcich častiach tejto kapitoly. Predtým však v súvislosti s možnosťami narábať s týmito metódami uvádzame v Tab. 6.2 (empirickú) kategorizáciu používateľév expertných systémov. Sú to kategórie s odlišným prístupom k aproximatívnosti.

[2] Voľba hraníc intervalu neovplyvňuje podstatu interpretácie vieryhodnosti, lebo intervaly sú navzájom jednznačne transformovateľné.



Typ pužívateľa	Možnosti/oprávnenia
Používateľ aplikačného (problémovo špecifického/zameraného/dediko-kovaného) ES	spravidla žiadne alebo len minimálne možnosti ov-plyvniť poskytnutú metódu aproximatívnej inferencie
Tvorca konkrétnych aplikácií na báze prázdneho expertného systé-mu alebo vývojového prostredia	mal by mať možnosť voľby alebo aspoň para-metri-zácie metódy aproximovania; nevyhnutne musí mať možnosť priraďovať entitám numerické hodnoty vyjadrujúce neurčitosti, resp. usparadúvať katego-rické produkčné pravidlá tvoriace metódu apro-ximo-vania **vieryhodnosti**
Tvorca prázdnych expertných sys-témov alebo ich vývojových pros-tredí	v rámci rozvinutých vývojových prostriedkov by mal umožniť tvorcovi dedikovaného ES voliť niektorú z ponúknutých metód aproximatívneho odvodzovania, prípadne ich aj kombinovať, pokiaľ by to nenarážalo na problém nekonzis-tentnosti

Tab. 6.2

Väčšina nám známych a dostupných vývojových prostredí tvorby ES neobsahuje žiadne explicitné metódy aproximatívnej inferencie. Poskytujú však používateľovi príležitosť, najmä prostriedkami **metód v akčnej časti produkčných pravidiel** a **démonov v metarubrikách rámcov** navrhnúť a realizovať vlastné metódy aproximatívnej inferencie.

6.2 *Kvantitatívne metódy aproximatívnej inferencie*

Metódy, o ktorých je reč v tejto stati, vnímajú nekategorické predpoklady a nekategorické produkčné pravidlá v zmysle tabuľky Tab. 6.2.

Používané metódy sa členia na

Extenzionálne a intenzionálne metódy

extenzionálne a **intenzionálne**.

Hoci intenzionálne sú z viacerých teoretických hľadísk zaujímavé[3], **v praktických aplikáciách sa stretávame predovšetkým s metódami extenzionálnymi**. Intenzionálne metódy sa orientujú na definitorickú konzistentnosť a úplnosť **vieryhodností** všetkých súčasne uvažovateľných javov. Praktická aplikovateľnosť zodpovedajúcich metód, najmä v prípade rozsiahlejších báz znalostí, naráža spravidla na problémy získavania podkladov pre numerickú kvantifikáciu neurčitostí a neistôt. Tým prirodzene aj na zabezpečenie vzájomnej konzistentnosti všetkých uvažova ných hodnôt $\mathbf{u_i}$, **u, v, w**. Extenzionálne metódy zmierňujú požiadavky na teoreticky podloženú rigoróznosť. Uplatňujú sa v nich hodnoty **vieryhodností** (presvedčení, viery) vyplývajúcich z neúplných štatistických sledovaní, či odhadov aplikačných odborníkov poskytujúcich podklady pre tvorbu ES. Prakticky sa v konkrétnych aplikáciách stretávame iba s **extenzionálnymi metódami**, ktoré spočívajú predovšetkým na pravdepodobnostných a 'neostrých' (fuzzy - v zmysle plauzibil ných) princípoch. S nimi sa v ďalšom zaoberáme.

V súvislosti s pravdepodobnostnými princípmi sa často stretávame s aplikáciou **Bayesovho teorému**:

Bayesov teorém

$$\mathbf{P(d|p) = [P(p|d)*P(d)]/P(p)}, \tag{6.1}$$

kde **P(d)** a **P(p)** zodpovedajú *apriórnej pravdepodobnosti* splnenia **d**, resp. **p**, **P(p|d)** je *podmienená pravdepodobnosť* toho, že *ak platí **d** platí aj **p***. Všetky uvedené hodnoty sa vypočítavajú na základe štatistických sledovaní. Na základe uvedeného vzťahu sa potom vypočítava hodnota, ktorá je v danom prípade predmetom záujmu, t.j. ke je známe, ˇže platí **p**, zisťuje sa s akou pravdepodobnosťou platí aj **d**.

Hoci symboly **p**, **d** navodzujú interpretáciu v terminológii produkčných pravidiel, ich použitie v Bayesovom teoréme má všeobecnú povahu:

> *symboly možno interpretovať v roli reprezentantov ľubovoľných, vzájomne sa podmieňujú-cich javov, ktoré vnímame ako* **náhodilé (pravdepodobnostné)**.

Ak by sme teda považovali za oprávnené vnímať

3 S množstvom principiálnych prác a motivujúcich poznatkov sa dá stretnúť v prácach odborníkov z Českej akadémie vied v Prahe, najmä z Ústavu teórie informace a automatizace a Matematického ústavu.

- neurčitosti, ktorými sú zaťažené fenomény v predpoklade jadra produkčného pravidla,
- nekategorickú povahu vlastného jadra produkčného pravidla,
- a s oboma prerdošlými súvisiacu neurčitosť dôsledku pravidla

ako

NÁHODILÉ JAVY,

potom ak predpoklad pravidla **p** je splnený, tak Bayesov teorém sa môže použiť ako vyjadrenie podmienenej pravdepodobnosti platnosti dôsledku **d**.

Podmienená pravdepodobnosť **neplatnosti** (spochybnenia) dôsledku vyjadríme vzťahom

$$\mathbf{P(\neg d|p) = [P(p|\neg d)*P(\neg d)]/P(p)}. \tag{6.2}$$

Podielom vzťahov (6.1) a (6.2) máme

$$\mathbf{[P(d|p)/P(\neg d|p)] = [P(p|d)/P(p|\neg d)]*[P(d)/P(\neg d)]}. \tag{6.3}$$

Pravdepodobnosť a očakávanie

Vzťah (6.3) možno prepísať na tvar

$$\mathbf{O(d|p) = k*O(d)}, \tag{6.4}$$

kde

$$\mathbf{O(d) = [P(d)/P(\neg d)] = P(d)/[1-P(d)]} \tag{6.5}$$

je **apriórne očakávanie platnosti d**,

$$\mathbf{k = [P(p|d)/P(p|\neg d)]} \tag{6.6}$$

je pomer podmienených pravdepodobností a

$$\mathbf{O(d|p) = [P(d|p)/P(\neg d|p)] = P(d|p)/[1-P(d|p)]} \tag{6.7}$$

je **aposteriórne očakávanie platnosti d**.

Zo vzťahov (6.5) a (6.7) vyplýva, že **medzi očakávaním a pravdepodobnosťou** je jednojednoznačný vzťah

$$\mathbf{P = O/[O+1]}, \tag{6.8}$$

pričom vzhľadom na hodnoty pravdepodobností z uzavretého intervalu [0,1], hodnota očakávania je z intervalu $[0,\infty)$.

Vzťah (6.4) vyjadruje zmenu očakávania platnosti **d** pri splnení **p** v závislosti na hodnote **k**. Čím je vyššia hodnota **k** (t.j. pre **k>>1**), tým vyššia je **viery**hodnosť zodpovedajúceho dôsledku. Vysoká hodnota **k** zodpovedá tomu, že splnenie predpokladu **p** je postačujúce na prijatie dôsledku **d**.

Očakávanie platnosti **d** pre prípad nesplnenia **p** je vyjadrený - analogicky k (6.4) – vzťahom

$$\mathbf{O(d|\neg p) = \neg k * O(d)}, \tag{6.9}$$

kde $\mathbf{\neg k}$ je definované závislosťou

$$\mathbf{\neg k = [P(\neg p|d)/P(\neg p|\neg d)] = [1\text{-}P(p|d)]/[1\text{-}P(p|\neg d)]}. \tag{6.10}$$

Nízka hodnota $\mathbf{\neg k}$, $\mathbf{0 \leq \neg k \leq 1}$, vyjadruje potrebu splnenia predpokladu **p** k prijatiu **d,** pretože nesplnenie **p** silne znižuje hodnotu očakávania **d** - vzťah (6.9).

Je obťažné až nemožné získať štatistické údaje poskytujúce predpoklady na výpočet pravdepodobností a teda na odvodenie hodnoty **k.** V praxi pri tvorbe BZ zvyčajne poskytuje tieto hodnoty expert danej problémovej oblasti. Vychádza z odborných odhadov (*expert guess [angl.]*, t.j. z vlastných. subjektívnych pravdepodobností, svojho presvedčenia, svojej viery) podložených pozorovaniami a skúsenosťami. Nezávisle na tom, či **k** bolo vypočítané alebo iba odhadnuté, hodnota $\mathbf{\neg k}$ sa nedá z **k** priamo odvodiť - dodáva ju expert.

V odseku 6.3.1 je podrebnejšie rozvedený princíp aproximatívnej inferencie spočívajúci na **očakávaniach,** ktorý sa veľmi dobre uplatnil v jednom z prvých úspešných aplikácií expertných systémov.

Vznik inej z priekopníckych metód aproximatívnej inferencie, založenej tiež na (subjektívnych) podmienených pravdepodobnostiach a čiastočne aj plauzibilitách, bol asi motivovaný snahou o imitovanie kognitívnych mechanizmov. Súvisiace pojmy a závislosti, na ktorých spočíva, sú predmetom nasledujúceho výkladu, kým jej aplikácia je rozvedená v odseku 6.3.2.

Metóda sa opiera o konštrukty (pojmy)

Miery dôvery, nedôvery a faktor istoty

- ***miera dôvery*** *(presvedčenia - angl. measure of belief)*, symbolovo **MB(d:p)**,
- ***miera nedôvery*** *(pochybnosti - angl. measure of disbelief)*, symbolovo **MD(d:p)**,
- ***faktor istoty*** *(certainty factor)*, symbolovo **CF(d:p)**,

a o ich vzájomné väzby. Sú definované nasledovným spôsobom

$$\mathbf{MB(d:p) = \{max[P(d|p),P(d)]\text{-}P(d)\}/[1\text{-}P(d)]} \tag{6.11}$$
$$\mathbf{MD(d:p) = \{P(d) - min[P(d|p),P(d)]\}/P(d)} \tag{6.12}$$
$$\mathbf{CF(d:p) = MB(d:p) - MD(d:p)}. \tag{6.13}$$

Miera dôvery **MB(d:p)** je vyjadrením **nárastu** (subjektívnej) pravdepodobnosti, že splnenie **p**, svedčiace v prospech **d**, zvyšuje **vieryhodnosť** platnosti **d**. Miera nedôvery **MD(d:p)** zodpovedá opačnej závislosti - vyjadruje **pokles** (subjektívnej) pravdepodobnosti **d** pri splnení **p** svedčiacom proti **vieryhodnosti** dôsledku. Faktor istoty **CF(d:p)** je daný rozdielom predošlých hodnot.

Pre výpočet hodnot **MB, MD** a **CF** platia nasledovné definitorické ohraničenia:

Väzby medzi týmito vzťahmi

(a) Výskyt javu zodpovedajúceho predpokladu **p** *nemôže súčasne zvyšovať dôveru aj nedôveru* v platnosť javu zodpovedajúceho dôsledku **d**. Preto medzi **MB** a **MD** platia v tejto metóde nasledujúce symetrické vzťahy:

$$\mathbf{MB(d:p) > 0 \rightarrow MD(d:p) = 0}$$

$\mathbf{MD(d:p) > 0 \rightarrow MB(d:p) = 0}$

(b) Príspevok *zvýšenia dôvery v platnosť* **d**, ktorá vyplýva zo splnenia **p**, *rovná sa zníženiu nedôvery v neplatnosť* **d** a naopak, t.j.

$\mathbf{MB(d:p) = MD(\neg d:p)}$, resp. $\mathbf{MD(d:p) = MB(\neg d:p)}$.

(c) Hodnoty **MB** a **MD** sú z uzavretého intervalu **[0,1]**, preto hodnoty **CF** musia byť z uzavretého intervalu **[-1,1]**. Keď hodnota apriórnej pravdepodobnosti je $\mathbf{0 < P(d) < 1}$, hodnota **CF** sa vypočíta z (6.13). Pre limitné hodnoty apriórnej pravdepodobnosti **d**, t.j. pre $\mathbf{P(d) = 1}$, resp. $\mathbf{P(d) = 0}$, hodnoty **MB(d:p)**, resp. **MD(d:p)** nie sú definovaná - pozri (6.11), resp. (6.12). Vtedy sa uplatňujú definitorické vzťahy

$\mathbf{P(d) = 0 \rightarrow CF(d:p) = -1}$,
$\mathbf{P(d) = 1 \rightarrow CF(d:p) = 1}$.

V doterajších úvahách predpoklad **p** bol ponímaný ako celok, uvažovala sa jeho celková **vieryhodnosť u**. V ďalšom sa táto **vieryhodnosť** bude ponímať ako výslednica čiastkových **vieryhodností** $\mathbf{u_i}$ platnosti jednotlivých podmienok predpokladu. Tieto podmienky môžu byť viazané operátormi negácie, konjunkcie aj disjunkcie. Možno pritom

- (VO VŠEOBECNOSTI NEREALISTICKY) predpokladať vzájomnú nezávislosť podmienok $\mathbf{p_i}$ a používať pravidlá na výpočet pravdepodobnosti **súčasných a zložených javov**,
- aplikovať výpočtové postupy na základe **teórie neostrých (fuzzy) množín**.

Za predpokladu vzájomnej nezávislosti javov v teórii pravdepodobnosti platí pre

(a) *súčasne sa vyskytujúce javy*

$$\mathbf{P(p_1 \,\&\, p_2 \,\&\, ... \,\&\, p_n) = \Pi\, P(p_i)} \qquad (6.14)$$

(b) *zložené javy*

$$\mathbf{P(p_1 \vee p_2 \vee ... \vee p_n) =}$$
$$\mathbf{= [P(p_1 \vee p_2 \vee ... \vee p_{n-1}) + P(p_n)]-[P(p_1 \vee p_2 \vee ... \vee p_{n-1})*P(p_n)]} \qquad (6.15)$$

(c) *komplementárne javy*

$$\mathbf{P(\neg p_i) = 1 - P(p_i)}. \qquad (6.16)$$

Analogicky k De Morganovým pravidlám z logiky, medzi komplementárnymi, súčasnými a zloženými javmi platia nasledovné vzťahy

$$\mathbf{P(\neg[p_1 \,\&\, p_2 \,\&\, ... \,\&\, p_n]) = P(\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee ... \vee \neg p_n)} \qquad (6.17)$$
$$\mathbf{P(\neg[p_1 \vee p_2 \vee ... \vee p_n]) = P(\neg p_1 \,\&\, \neg p_2 \,\&\, ... \,\&\, \neg p_n)}, \qquad (6.18)$$

ako to vyplýva zo vzťahov (6.14) až (6.16).

V neostrej logike hovoríme o **plauzibilite** $\mathcal{P}$ splnenia podmienok.

Plauzibilita

Obdobou **súčasne** sa vyskytujúcich javov z teórie pravdepodobnosti je v neostrej logike **logický súčin**. **Plauzibilitu** $\mathcal{P}$ tvrdení viazaných operátorom **&** vyjadríme vzťahom

$$\mathcal{P}(\&(p_1, p_2, ..., p_n)) = \min(\mathcal{P}(p_1), \mathcal{P}(p_2), ..., \mathcal{P}(p_n)). \tag{6.19}$$

Obdobou **zložených** javov je v neostrej logike **logický súčet**. Plauzibilitu tvrdení viazaných operátorom **v** vyjadríme vzťahom

$$\mathcal{P}(v(p_1, p_2, ..., p_n)) = \max(\mathcal{P}(p_1), \mathcal{P}(p_2), ..., \mathcal{P}(p_n)). \tag{6.20}$$

Napokon obdobou **komplementárneho** javu je v neostrej logike **negácia**. Plauzibilitu negovaného výroku $\mathcal{P}(\neg p_i)$ vyjadríme vzťahom

$$\mathcal{P}(\neg p_i) = 1 - \mathcal{P}(p_i). \tag{6.21}$$

Neostrá logika

- zachováva význam operátorov **&, v, ¬**: pri aplikovaní na **kategorické propozície** ide o **limitné stavy pravdivosti**,
- zachováva platnosť De Morganových pravidiel aj pre výroky s ľubovoľnou hodnotou plauzibility.

Platí teda

$$\mathcal{P}(\neg(\&(p_1, p_2, ..., p_n))) = \mathcal{P}(v(\neg p_1, \neg p_2, ..., \neg p_n)) \tag{6.22}$$
$$\mathcal{P}(\neg(v(p_1, p_2, ..., p_n))) = \mathcal{P}(\&(\neg p_1, \neg p_2, ..., \neg p_n)), \tag{6.23}$$

čo vyplýva zo vzťahov (6.19) až (6.21) a z nasledujúceho:

Z reálnych hodnôt **r**,**s** ($0 \le r,s \le 1$) vyjadrujúcich plauzibility tvrdení $\mathbf{p_i}$ a $\mathbf{p_j}$ a z platnosti **(1-r)=(1-s)** pre **r=s** vyplýva

$$\begin{aligned} 1 - \min(r,s) &= \max[(1-r),(1-s)] \\ 1 - \max(r,s) &= \min[(1-r),(1-s)]. \end{aligned} \tag{6.24}$$

Aj v neostrej logike možno definovať kvantifikátory, ktoré zvyšujú vyjadrovaciu aj odvodzovaciu účinnosť predpokladu produkčných pravidiel. Predmetom pozornosti v nadväzujúcom sú však iba kvantifikátory **NAJMENEJ, NAJVIAC a PRÁVE**, ktoré boli uvedené v odseku 4.1.3.

Kvantifikovaná množina podmienok

Sémantiku kvantifikátora **NAJMENEJ M/N** v neostrej logike (v súlade s intuitívnym významom slova **najmenej**) vymedzíme takto:

1. **v n-prvkovej množine podmienok sa vytvoria všetky m-tice,**
2. **vyhodnotí sa plauzibilita každej m-tice a**
3. **maximálna z plauzibilít všetkých m-tíc sa priradí takto kvantifikovanej podmienke.**

Vzhľadom na výpočtovú zložitosť je však tento postup neefektívny. Vylepšuje sa **usporiadaním všetkých podmienok podľa hodnoty ich plauzibility a vytvorí sa**

iba jediná m-tica z podmienok s najvyššími hodnotami plauzibilít. Z toho vyplýva

$$\mathbf{P(NAJMENEJ\ M(p_1, p_2, ..., p_n)) = P(\&(p_i, p_j, ..., p_k))}, \tag{6.25}$$

kde m-prvková množina podmienok $\mathbf{\{p_i, p_j, ..., p_k\}}$ je podmnožinou pôvodnej n-prvkovej množiny a je tvorená z prvkov s najvyššiu hodnotu plauzibility.

Zo vzťahov (6.19) a (6.25) potom vyplýva

$$\mathbf{P(NAJMENEJ\ M(p_1, p_2, ..., p_n)) = min(P(p_1), P(p_2), ..., P(p_n))}. \tag{6.26}$$

Vo všeobecnom prípade môže vzniknúť nasledujúce rozdelenie hodnôt $P(p_i)$:

- pre **r** podmienok platí $P(p_i) = 1$,
- pre **s** podmienok platí $0 < P(p_i) < 1$,
- pre **t** podmienok platí $P(p_i) = 0$,

pričom **r+s+t = N**. Potom plauzibilita takto kvantifikovanej podmienky sa dá vyjadriť booleovsky:

$$\mathbf{P(NAJMENEJ\ M(p_1, p_2, ..., p_n))} = \begin{cases} \mathbf{1} & \mathbf{pre\ r \geq M} \\ \mathbf{0} & \mathbf{pre\ r+s < M} \end{cases} \tag{6.27}$$

Takéto vyhodnotenie môže byť zmiernené uvažovaním

- ♦ **r** podmienok, pre ktoré platí $\mathbf{a \leq P(p_i) \leq 1}$,
- ♦ **s+t** podmienok, pre ktoré platí $\mathbf{0 \leq P(p_i) < a}$,

kde **a** je zvolená **prahová hodnota plauzibility**.

Na základe zavedenej sémantiky kvantifikátora **NAJMENEJ M z N** sa dá vymedziť sémantika ostatných dvoch kvantifikátorov:

$$\mathbf{P(NAJVIAC\ M(p_1, p_2, ..., p_n)) =}$$
$$\mathbf{= P(NAJMENEJ\ N\text{-}M(P(\neg p_1), P(\neg p_2), ..., P(\neg p_n))} \tag{6.28}$$
$$\mathbf{P(PRÁVE\ M(p_1, p_2, ..., p_n)) =}$$
$$\mathbf{= P(\&(NAJMENEJ\ M(p_1, p_2, ..., p_n), NAJVIAC\ M(p_1, p_2, ..., p_n)))} \tag{6.29}$$

Na záver tejto uvádzajúcej časti kapitoly venovanej aproximatívnemu odvodzovaniu ešte významné upozornenie. Treba si uvedomiť, že k výslednej **vieryhodnosti** (plauzibilite) dôsledku pravidla každá splnená podmienka v jeho predpoklade prispieva superpozíciou dvoch hodnôt:

- ✓ prvá je tvorená *podielom podmienky k vieryhodnosti dôsledku*, ktorý vyplýva *z jej kategorického splnenia*, t.j. z toho, že test splnenia podmienky spočíva na kategoricky platných údajoch vyhodnocovaných v podmienke,

druhá, znižujúca hodnotu predošlého podielu, je dôsledkom toho, vieryhodnosť (plauzibilita) zadaných alebo odvodených údajov, na základe ktorých sa podmienky vyhodnocujú, *samé môžu byť (častý prípad) zaťažené neistotami*, čo spôsobuje, že *o splnení podmienok sa dá hovoriť iba s určitou vieryhodnosťou.*

6.3 *Ukážky niektorých konkrétnych metód aproximatívnej inferencie*

6.3.1 *Princíp očakávaní - aplikácia pravdepodobností*

Uplatnenie princípu očakávania

Pomer toho čo svedčí v prospech a neprospech čohosi, v našom prípade určitých tvrdení, pomenujeme **očakávanie** - hovoríme aj **»šanca«**[4].

OČAKÁVANÍM/ŠANCOU
VYJADRUJEME VIERYHODNOSŤ TOHO, ŽE ČOSI ZA URČITÝCH OKOLNOSTÍ NASTANE.

Okolnosť/situácia je reprezentovaná zadanými, odvodenými, alebo predpokladanými údajmi.

Uplatnenie tohto pomeru - očakávania - v metódach aproximatívnej inferencie sa prvý raz vyskytlo v dedikovanom expertnom systéme **PROSPECTOR**. V ňom implementovaná metóda aproximatívnej inferencie ovplyvnila rad následne vytvorených expertných systémov a podnietil nemalý rozsah teoretických výskumov.[5]

Princíp očakávaní vymedzuje *vieryhodnosť* ***v*** *produkčného pravidla* vzťahom

$$\mathbf{v = O(d|p) = k^*O(d)}.$$

Vieryhodnosť ***u*** *predpokladu*, ako už vieme, je funkciou vieryhodnosti splnenia jednotlivých podmienok

$$\mathbf{u = K_u(p_1, p_2, ..., p_n)}.$$

Funkcia $\mathbf{K_u}$ sa realizuje procedúrou vypočítavajúcou kumulovanú vieryhodnosť predpokladu z vieryhodností podmienok - tie zodpovedajú (sú ekvivalentmi) **apriórnej pravdepodobnosti** ich výskytu, z čoho sa usudzuje o ich **potvrdzujúcom účinku na platnosť dôsledku** a to na základe nasledujúcich výpočtov pravdepodobností, resp. plauzibilít:

- ✓ Príspevok **kategoricky vyhodnotiteľnej podmienky** k celkovej vieryhodnosti predpokladu, keď je
  - **negovaná** sa vypočíta zo vzťahu (6.16),
  - v roli **konjunktu** je daný vzťahom (6.14),
  - v roli **disjunktu** je daný vzťahom (6.15).
- ✓ V prípade **nekategoricky vyhodnotiteľnej podmienky** $\mathbf{p'_i}$ - **neurčitosťou zaťažené údaje** referencované v podmienke - sa namiesto príspevku kategoricky

---

[4] V slovenskej odbornej literatúre zatiaľ nemáme ustálený a všeobecne prijímaný termín pre tento pomer. Uvedené pojmy treba považovať za nezávázny preklad anglického termínu **»odds«**.

[5] PROSPECTOR bol jedným z priekopníckych ES. Interpretáciu údajov z geologických prieskumov na základe reprezentovaných znalostí z daného oboru mal prispievať - a skutočne aj prispel - k účinnejšej identifikácii podpovrchových hornín. V čase svojich prvých aplikácií nadobudol veľký ohlas, venovalo sa mu značné množstvo publikácií.

vyhodnotiteľnej podmienky $\mathbf{p_i}$, uplatní príspevok výpočítaný na základe podmienenej pravdepodobnosti splnenia podmienky $\mathbf{P(p_i|p'_i)}$, pričom sa uplatňujú nasledovné vzťahy:

- **negovaná podmienka:** $\mathbf{P(\neg p_i|p'_i) = 1 - P(p_i|p'_i)}$, (6.30)
- **podmienka je konjunktom:** $\mathbf{P(p|p') = \min\{P(p_i|p'_i)\}}$, (6.31)
- **podmienka je disjunktom:** $\mathbf{P(p|p') = \max\{P(p_i|p'_i)\}}$. (6.32)

*Spôsob výpočtu vieryhodnosti **w** dôsledku jediného pravidla* spočíva na funkcii $\mathbf{K_R}$, ktorá zodpovedá výpočtom modifikujúcim idealizovaný vzťah

$$\mathbf{P(d|p') = P(d|p)*P(p|p') + P(d|\neg p)*P(\neg p|p')}, \qquad (6.33)$$

t.j. zodpovedá *lineárnej interpolácii* medzi hodnotami

$\mathbf{P(d|p)}$ a $\mathbf{P(d|\neg p)}$.

Pri extenzionálnych metódach aproximatívnosti, bezohľadu na to, či hodnoty $\mathbf{P(d)}$, $\mathbf{P(p)}$, $\mathbf{P(d|p)}$, $\mathbf{P(d|\neg p)}$, a teda aj $\mathbf{k}$ i $\mathbf{\neg k}$ a apriórne očakávania vznikajú štatistickým sledovaním alebo subjektívnymi odhadmi, sú tieto hodnoty prakticky vždy nekonzistentné. Preto sa aproximuje idealizovaný vzťah (6.33) po častiach lineárnou funkčnou závislosťou:

$$\mathbf{P(d|p')=P(d|\neg p)+[P(p|p')/P(p)]*[P(d)-P(d|\neg p)]}, \text{ pre } 0\leq P(p|p')\leq P(p) \qquad (6.34a)$$

$$\mathbf{P(d|p')=[P(d)-P(d|p)*P(p)]/[1/P(p)]+P(p|p')*[P(d|p)-P(p)]/[1-P(p)]}, \text{ pre } P(p)<P(p|p')\leq 1. \qquad (6.34b)$$

Funkcia (6.34a) sa uplatní vtedy, keď $\mathbf{P(p|p')}$ je nanajvýš rovná apriórnej pravdepodobnosti predpokladu, a (6.34b) v opačnom prípade.

Pri výpočte *vieryhodnosti **w** dôsledku **d** odvodeného na základe viacerých pravidiel* sa rozlišujú prípady uplatňovania

- iba kategoricky vyhodnotiteľných vzájomne nezávislých predpokladov,
- nekategoricky vyhodnotiteľných predpokladov a nekonzistentných apriórnych pravdepodobností.

Pripomeňme, že pre každé pravidlo s predpokladom $\mathbf{p^{(i)}}$ sa uvažujú pomery podmienených pravdepodobností $\mathbf{k^{(i)}}$, $\mathbf{\neg k^{(i)}}$.

V prvom z uvedených prípadov kombinovanie hodnôt *viery*hodností dôsledku $\mathbf{w^{(i)}}$, ktoré nadobudli propozičnú hodnotu

✓ **PRAVDA**, sa uskutočňuje na základe vzťahov

$$\mathbf{P(p^{(1)}, p^{(2)}, ..., p^{(n)}|d) = \Pi P(p^{(i)}|d)} \qquad (6.35)$$
$$\mathbf{P(p^{(1)}, p^{(2)}, ..., p^{(n)}|\neg d) = \Pi P(p^{(i)}|\neg d)}, \qquad (6.36)$$

z čoho pre výslednú hodnotu *očakávania* - zodpovedá výslednej hodnote *viery*hodnosti -máme

$$\mathbf{O(d|p^{(1)}, p^{(2)}, ..., p^{(n)}) = [\Pi k^{(i)}]*O(d)}, \qquad (6.37)$$

✓ **NEPRAVDA** - analogicky k predošlému - máme

$$\mathbf{O(d|\neg p^{(1)}, \neg p^{(2)}, ..., \neg p^{(n)}) = [\Pi \neg k^{(i)}]*O(d)}. \quad (6.38)$$

V druhon z uvedených prípadov, t.j. pri nekategoricky vyhodnotiteľných predpokladoch a nekonzistentných apriórnych pravdepodobnostiach sa vyžaduje modifikovaný výpočtový postup. Ako už bolo povedané, aposteriórne *očakávanie* $\mathbf{O(d|p^{(i)})}$ pre jediné pravidlo sa vypočíta na základe (6.34a), resp. (6.34b). Naviac, pre každé pravidlo sa definuje **efektívny pomer podmienených pravdepodobností** $\mathbf{k'^{(i)}}$ vzťahom

$$\mathbf{k'^{(i)} = O(d|p'^{(i)})/O(d)},$$

pričom hodnota $\mathbf{O(d|p'^{(i)})}$ vyplýva z (6.34a), resp. (6.34b). Pri vzájomnej nezávislosti predpokladov $\mathbf{p^{(i)}}$, analogicky k (6.37) a (6.38), použijú sa zovšeobecnené vzťahy

$$\mathbf{O(d|p'^{(1)}, p'^{(2)}, ..., p'^{(n)}) = [\Pi k'^{(i)}]*O(d)}, \quad (6.39)$$
$$\mathbf{O(d|\neg p'^{(1)}, \neg p'^{(2)}, ..., \neg p'^{(n)}) = [\Pi \neg k'^{(i)}]*O(d)}. \quad (6.40)$$

6.3.2 *Princíp faktora istoty*

Kombinácia pravdepo-dobnosti s plauzibilitou

Princíp, ktorého autormi sú E.H. Shortliffe a G.B. Buchanan (prvý raz aplikovaný v expertnom systéme MYCIN), kombinuje pravdepodobnosti s plauzibilitou. Vzhľadom na to, že potrebné hodnoty pravdepodobností sa veľmi ťažko, ak vôbec, dajú v realite získavať štatistickými sledovaniami, spravidla sa zodpovedajúca metóda opiera o *subjektívne odhady pravdepodobnosti*. Okrem toho sa v nej uplatňujú niektoré korekčné prvky slúžiace zvyšovaniu konzistentnosti odhadovaných hodnôt pravdepodobností pri aproximatívnom odvodzovaní. Naviac, zavedené pojmy **miera dôvery, miera nedôvery a faktor istoty** intuitívne približujú odborníkovi z problémovej oblasti jeho úlohu pri stanovovaní príslušných hodnôt.

Vieryhodnosť ***v*** *produkčného pravidla* je určená vzťahom

$$\mathbf{v = CF(d:p) = MB(d:p) - MD(d:p)}.$$

Vieryhodnosť ***u*** *predpokladu* je určovaná hodnotou funkcie $\mathbf{K_u}$, ktorá spočíva na kombinovaní hodnôt plauzibilít. Jej realizácia pre prípad kategoricky vyhodnotiteľných podmienok je založená na vzťahoch (6.19) - (6.21). V opačnom prípade, t.j. keď podmienky nie sú kategoricky vyhodnotiteľné, v analógii s predošlou metódou, je potrebné vychádzať zo závislostí $\mathbf{P(p_i|p'_i)}$, teda uplatniť vzťahy (6.30) až (6.32).

Vieryhodnosť ***w*** *dôsledku* je určená hodnotou funkcie $\mathbf{K_R}$. Keď predpoklad pravidla **p** je kategoricky vyhodnotiteľný, hodnota tejto funkcie je daná hodnotou vieryhodnosti pravidla **v**, teda faktorm istoty **CF(d:p)**. Keď predpoklad nie je kategoricky vyhodnotiteľný, t.j. k dispozícii je predpoklad **p'** vyhodnotený s vieryhodnosťou **<1**, pretože sa v ňom referencujú získané/odvodené hodnoty zaťažené neistotami, vtedy sa predpokladu priradí vieryhodnosť daná plauzibilitou $\mathcal{P}$**(p:p')** predpokladu vyhodnoteného na základe neistotami zaťažených faktov. To má za následok, analogicky ako v predošlom, dopad na vieryhodnosť dôsledku - vyjadruje sa korigovanou hodnotou faktora istoty **CF(d:p')**, ktorá sa vypočítava na základe korigovaných hodnôt **MB** a **MD**:

$$\mathbf{MB(d:p') = MB(d:p) * max[0, CF(p:p')]}, \quad (6.40)$$
$$\mathbf{MD(d:p') = MD(d:p) * max[0, CF(p:p')]}. \quad (6.41)$$

Podobne ako v predošlom, spôsob výpočtu vieryhodnosti dôsledku vyjadruje maximálnu vieryhodnosť (istotu), s ktorou sa dá vieryhodnosť dôsledku odvodiť v situácii, keď sa predpoklad dá vyhodnotiť bez neistoty. Pri vyhodnocovaní predpokladu s neistotou, vieryhodnosť predpokladu a vieryhodnosť pravidla sú v multiplikatívnom vzťahu.

Vieryhodnosť ***w*** *dôsledku odvodeného na základe viacerých pravidiel* je daná funkciou $\mathbf{K_d}$. Jej realizáciu ukážeme najprv na dvoch pravidlách s alternatívnymi predpokladmi $\mathbf{p^{(1)}, p^{(2)}}$ totožného dôsledku **d**:

$$\mathbf{CF(d:p^{(1)},p^{(2)}) = MB(d:p^{(1)},p^{(2)}) - MD(d:p^{(1)},p^{(2)})}, \quad (6.42)$$

pričom pre výpočet **MB** a **MD** sú použité nasledovné vzťahy

$$\mathbf{MB(d:p^{(1)},p^{(2)}) = \{ \begin{array}{l} 0 \\ \text{pre } MD(d:p^{(1)},p^{(2)}) = 1 \\ \\ MB(d:p^{(1)}) + MB(d:p^{(2)}) - MB(d:p^{(1)})*MB(d:p^{(2)}) \\ \text{pre } MD(d:p^{(1)},p^{(2)}) < 1 \end{array}} \quad (6.43)$$

$$\mathbf{MD(d:p^{(1)},p^{(2)}) = \{ \begin{array}{l} 0 \\ \text{pre } MB(d:p^{(1)},p^{(2)}) = 1 \\ \\ MD(d:p^{(1)}) + MD(d:p^{(2)}) - MD(d:p^{(1)})*MD(d:p^{(2)}) \\ \text{pre } MB(d:p^{(1)},p^{(2)}) < 1 \end{array}} \quad (6.44)$$

Keď podmienky v predpoklade nie sú kategoricky vyhodnotiteľné, namiesto hodnôt **MB**, **MD** sa použijú ich korigované verzie zo vzťahov (6.40),(6.41). Malo by byť zrejmé, že na poradí kombinovania hodnôt vieryhodností jednotlivých pravidiel nezáleží. Keby súčasne platilo

$\mathbf{MB(d:p^{(1)}) = 1}$ a $\mathbf{MD(d:p^{(2)}) = 1}$, resp.
$\mathbf{MB(d:p^{(2)}) = 1}$ a $\mathbf{MD(d:p^{(1)}) = 1}$,

bola by výsledná hodnota

$$\mathbf{CF(d:p^{(1)},p^{(2)}) = 0},$$

t.j. **NEZNÁMA**.

Realizácia funkcie $\mathbf{K_d}$ pre zovšeobecnený prípad **n** rôznych pravidiel s rovnakým dôsledkom spočíva na iteračnom výpočtovom postupe (symbol **BD** v nasledujúcom zápise nahradzuje alternatívne symboly **MB**, resp. **MD** a symbol $\mathbf{^{[n]}p}$ nahradzuje zápis $(\mathbf{p^{(1)}, p^{(2)}, ..., p^{(n)}})$):

$$\mathbf{BD(d:^{[n]}p) = BD(d:^{[n-1]}p) + BD(d:p^{(n)}) - (BD(d:^{[n-1]}p) * BD(d:p^{(n)}))}. \qquad (6.45)$$

Táto funkčná závislosť je symetrická a asociatívna.
Keď všetky čiastkové hodnoty $\mathbf{CF(d:^{[i]}p)}$ sú kladné a rôzne od **1**, výsledná hodnota vieryhodnosti sa monotónne blíži k **1**, keď sú všetky záporné a rôzne od **-1**, výsledná hodnota sa monotónne bkíži k **-1**.

6.3.3 *Komentár k princípu očakávaní a faktora istoty*

Protiintuitívne produkty uvažovaných metód

V súvislosti s metódami výpočtu vieryhodnosti predpokladu v oboch uvedených metódach je potrebné upozorniť na to, že pri použití zodpovedajúcich funkčných vzťahov výpočtu výslednej vieryhodnosti predpokladu pozorujeme nasledovné *protiintuitívne* dopady:

(a) *nárastom počtu podmienok viazaných operátorom* ***konjunkcie***, hoci všetky s vysokou vieryhodnosťou potvrdzujú vieryhodnosť dôsledku, jej *výsledná hodnota* - v rozpore s intuíciou - *monotónne klesá*,
(b) *nárastom počtu podmienok viazaných operátorom* ***disjunkcie***, hoci všetky s nízkou vieryhodnosťou potvrdzujú vieryhodnosť dôsledku, jej *výsledná hodnota* - v rozpore s intuíciou - *monotónne rastie*,
(c) pri uplatňovaní *plauzibility* namiesto pravdepodobnosti, nezávisle na počte **podmienok v konjunkcii** a ich potvrdzujúcej účinnosti, *uplatní sa* – protiintuitívne - *iba podmienka* ***s najnižšou hodnotou vieryhodnosti*** *a žiadne iné neovplyvňujú vieryhodnosť dôsledku*,
(d) pri uplatňovaní *plauzibility* namiesto pravdepodobnosti, nezávisle na počte **podmienok v disjunkcii** a ich potvrdzujúcej účinnosti, uplatní sa – protiintuitívne - *iba podmienka* ***s najvyššou hodnotou vieryhodnosti*** *a žiadne iné neovplyvňujú vieryhodnosť dôsledku*.

Hoci vlastnosť *"mycinovskej"* metódy nepripúšťajúcej, aby jeden fakt zároveň podporoval aj spochybňoval rovnaký dôsledok, je veľmi pozitívna, metóda má iné slabiny. Je totiž spochybniteľná téza, podľa ktorej každý fakt zvyšujúci vieryhodnosť dôsledku, musí jednoznačne spôsobiť zároveň zníženie vieryhodnosti negácie dôsledku. Iná racionálna výhrada sa týka spôsobu výpočtu faktora istoty **CF**. Totiž pri výrazne sa líšiacich hodnotách **MB** a **MD**, povedzme **0.98** a **0.86** (vysoké hodnoty pre a proti), resp. **0.16** a **0.04** (nízke hodnoty pre a proti), je hodnota **CF** rovnaká a neposkytuje potenciálne významnú informáciu o pôvodných hodnotách **MB**, **MD**.

6.3.4 *Metóda kombinovania faktov*

Pokus o zachovanie intuitívnosti

Je to empirická metóda aproximatívnej inferencie pokúšajúca sa minimalizovať v predošlom spomenuté protiintuitívne, či inak nepriaznivé vlastnosti doteraz uvedených a im podobných metód aproximatívneho odvodzovania.

Vieryhodnosť ***u*** *predpokladu* v metóde kombinovania faktov, keď ten je tvorený **konjunkciou** podmienok, t.j. interpretácia vzťahu

$$\mathbf{u = K_u(u_1, u_2, ..., u_n) = \mathcal{P}(\&(p_1, p_2, ..., p_n))},$$

vychádza z toho, že jej hodnota by mala byť zdola aj zhora ohraničená - **zdola súčinom plauzibilít podmienok a zhora ich minimom**. Píšeme

$$\mathbf{(\mathcal{P}(p_1)*\mathcal{P}(p_2)* \ldots *\mathcal{P}(p_n)) \leq \mathcal{P}(\&(p_1,p_2, \ldots, p_n)) \leq \min\{\mathcal{P}(p_1),\mathcal{P}(p_2), \ldots, \mathcal{P}(p_n)\}.}$$

Jedným z prostriedkov výpočtu príslušnej vieryhodnosti je empirická závislosť (**Lesmo a spol., 1985**) v tvare nasledovnej funkcie

$$\mathbf{u = K_u(u_1, u_2, \ldots, u_n) = a + b(b-a),} \tag{6.46}$$

kde

$$\mathbf{a = \mathcal{P}(p_1) * \mathcal{P}(p_2) * \ldots * \mathcal{P}(p_n)}$$
$$\mathbf{b = \min\{\mathcal{P}(p_1), \mathcal{P}(p_2), \ldots, \mathcal{P}(p_n)\},}$$

pričom $\mathbf{\mathcal{P}(p_i)}$ môže zodpovedať podmienenej pravdepodobnosti $\mathbf{P(d|p_i)}$, alebo miere dôvery $\mathbf{MB(d:p_i)}$, prípadne iným závislostiam medzi **d a** $\mathbf{p_i}$**.**

Prednosťou tejto empirickej závislosti je **zohľadňovanie vieryhodnosti všetkých podmienok.** Napríklad pre podmienky $\mathbf{p_1,p_2,p_3}$**,** pre ktoré platí

$$\mathbf{\min\{\mathcal{P}(p_1), \mathcal{P}(p_2), \mathcal{P}(p_3)\} = \mathcal{P}(p_1),}$$

v prípade, že

$$\mathbf{\mathcal{P}(p_2) \neq \mathcal{P}(p_3)}$$

platí zároveň aj

$$\mathbf{\mathcal{P}(\&(p_1,p_2)) \neq \mathcal{P}(\&(p_1,p_3)).}$$

Je to významné tým, že pri výpočte plauzibility predpokladu sa uplatňujú aj plauzibility podmienok, ktoré sú rozdielné od minimálnej hodnoty.

Dá sa tiež ukázať, že pre narastajúci počet podmienok $\mathbf{p_i}$**,**

$$\mathbf{0 < \mathcal{P}(p_i) < 1,}$$

výsledná hodnota vieryhodnosti sa neblíži v limitnom prípade k nule. Pre **n** rastúce nad všetky medze, platí totiť

$$\mathbf{\lim_{n\to\infty} \mathcal{P}(\&(p_1, p_2, \ldots, p_n)) = (\min(\{\mathcal{P}(p_i)\})^2, 1 \leq i \leq n.}$$

Takto rozšírená interpretácia operátora **&** v hraničných prípadoch, t.j. keď podmienky nadobúdajú kategorickú propozičnú hodnotu **PRAVDA** alebo **NEPRAVDA**, zachováva boolovské vlastnosti: funkcia $\mathbf{K_u}$ nadobúda v týchto prípadoch hodnotu **1**, resp. **0**. Funkčná závislosť (6.46) je vyhovujúca aj vtedy, keď niektorá z hodnôt $\mathcal{P}(\mathbf{p_i})$ je boolovská, t.j. **1** alebo **0**. Vtedy platí[6]

$$\mathcal{P}(\&(\mathbf{p_1, p_2, ..., p_n})) = \begin{cases} \mathbf{0} \text{ - pre } \mathcal{P}(\mathbf{p_i}) = \mathbf{0} \\ \mathcal{P}(\&(\mathbf{p_1,...,p_{i-1},p_{i+1},...,p_n})) \text{ - pre } \mathcal{P}(\mathbf{p_i}) \neq \mathbf{0}. \end{cases}$$

Pri implementovaní metódy, menovite pri realizácii procedúry zodpovedajúcej vzťahu (6.46), treba mať na pamäti, že tento vzťah nie je asociatívny. Hodnota **u** sa vypočítava iteratívne. Pre každý krok **r** iterácie platí

$$\mathbf{a_r} = \mathcal{P}(\mathbf{p_1}) * \mathcal{P}(\mathbf{p_2}) * ... * \mathcal{P}(\mathbf{p_r})$$
$$\mathbf{b_r} = \mathbf{min}\{\mathcal{P}(\mathbf{p_1}), \mathcal{P}(\mathbf{p_2}), ..., \mathcal{P}(\mathbf{p_r})\}$$

a pre šdalšiu podmienku $\mathbf{p_{r+1}}$ sa nová hodnota

$$\mathcal{P}(\&(\mathbf{p_1, p_2, ..., p_r, p_{r+1}}))$$

vypočítava na základe vzťahov

$$\mathbf{a_{r+1}} = \mathbf{a_r} * \mathcal{P}(\mathbf{p_{r+1}})$$
$$\mathbf{b_{r+1}} = \mathbf{min}\{\mathcal{P}(\mathbf{p_1}), \mathcal{P}(\mathbf{p_2}), ..., \mathcal{P}(\mathbf{p_r}), \mathcal{P}(\mathbf{p_{r+1}})\}.$$

Pokiaľ inferenčný mechanizmus nemá zabudované procedúry ***odstupovania od prebiehajúceho riešenia*** stačí pamätanie posledných hodnôt $\mathbf{a_r,b_r}$. Keď sa však tieto procedúry uplatňujú, potom pre prípad **reiterácie výpočtu** je potrebné pamätať všetky hodnoty $\mathcal{P}(\mathbf{p_i})$.

*Vieryhodnosť **u** predpokladu* v metóde kombinovania faktov, keď ten je tvorený disjunkciou podmienok, vyžaduje - analogicky ku konjunkciám - modifikovanie operátora disjunkcie **v**. Vyplýva to aj z nevyhnutnosti zachovať platnosť De Morganových pravidiel. Zodpovedajúca interpretácia

$$\mathbf{u} = \mathbf{K_u}(\mathbf{u_1, u_2, ..., u_n}) = \mathcal{P}(\mathbf{v}(\mathbf{p_1, p_2, ..., p_n})) \tag{6.47}$$

je založená na empirickom vzťahu

$$\mathbf{u} = \mathbf{K_u}(\mathbf{u_1, u_2, ..., u_n}) = \mathbf{c} + \mathbf{c}(\mathbf{d} - \mathbf{c}), \tag{6.48}$$

kde

$$\mathbf{c} = \mathbf{max}\{\mathcal{P}(\mathbf{p_1}), \mathcal{P}(\mathbf{p_2}), ..., \mathcal{P}(\mathbf{p_n})\}$$
$$\mathbf{d} = \mathcal{P}(\mathbf{p_1,p_2, ..., p_n}) = \mathcal{P}(\mathbf{p_1,p_2, ..., p_{n-1}}) + \mathcal{P}(\mathbf{p_n}) - [\mathcal{P}(\mathbf{p_1,p_2, ..., p_{n-1}}) * \mathcal{P}(\mathbf{p_n})].$$

[6] O ďalších výhodných vlastnostiach empirického vzťahu (. pojednávajú autori vo svojom ori inálnom článku.

Vzhľadom na výpočtovú zložitosť vzťahu (6.48) je výhodnejšie uskutočniť výpočet na základe De Morganovho pravidla

$$\mathbf{P(v(p_1,p_2, ..., p_n)) = P(\neg(\&(\neg p_1,\neg p_2,...,\neg p_n))) =}$$
$$\mathbf{= 1 - P(\&((1\text{-}P(p_1)),(1\text{-}P(p_2)), ..., (1\text{-}P(p_n)))).}$$

Zachovanie platnosti De Morganových pravidiel implikuje *rozšírenú interpretáciu operátora disjunkcie* vyplývajúcej z rozšírenej interpretácie operátora konjunkcie. Tým je aj pre disjunkcie zabezpečený účinok všetkých splnených podmienok na výslednu vieryhodnosť predpokladu a teda aj dôsledku pravidla. Ilustráciou toho je aj platnosť vzťahu

$$\mathbf{\lim P(v(p_1, p_2, ..., p_n)) = 2*\max\{P(p_i)\} - (\max\{P(p_i)\})^2}$$

pre narastajúci počet n podmienok v disjunkcii.

Metóda kombinovania faktov pripúš_a aj pou_ívanie kvantifikátorov **NAJMENEJ, NAJVIAC, PRÁVE**. Kvantifikátor **NAJMENEJ M/N**, ako vieme z predošlého, je definovaný na základe operátora konjunkcie **&**. Rozšírená interpretácia operátorov implikuje potrebu rozšíriť aj interpretáciu kvantifikátorov. Metóda uplatňuje nasledovné rozšírenie interpretácie spomenutých kvantifikátorov:

$$\mathbf{P(NAJMENEJ\ M(p_1, p_2, ..., p_n)) = r * (1 + s^2*(1 - r)),} \qquad (6.49)$$

kde

$$\mathbf{r = P(\&(p_i, p_j, ..., p_k)),}$$

pričom $\mathbf{(p_i, p_j, ..., p_k)}$ je M podmienok s najvyššou hodnotou $\mathbf{P(p_t)}$, a

$$\mathbf{s = P(v(p_x, p_y, ..., p_z)),}$$

pričom $\mathbf{(p_x, p_y, ..., p_z)}$ je zvyšných **N-M** podmienok.

Rozšírená interpretácia kvantifikátorov **NAJVIAC** a **PRÁVE** vyplýva z (6.49) a zo vzťahov (6.28),(6.29).

Vieryhodnosť ***w*** *dôsledku* je daná funkciou $\mathbf{K_R(u,v)}$, ktorá je v rozoberanej metóde definovaná takto

$$\mathbf{w = K_R(u,v) = u*v + \min(u,v)*[\min(u,v) - v],} \qquad (6.50)$$

čo korešponduje s plauzibilitou logického súčinu $\mathbf{P(\&(u,v))}$. Zo vzťahu (6.50) pre **v=1** (kategoricky platné pravidlo) vyplýva **w=u** a pre **u=1** (kategorický splnený predpoklad) vyplýva **w=v**. To je v súlade s verbálnym vyjadrením závislosti vieryhodnosti dôsledku od vieryhodnosti pravidla a vieryhodnosti splnenia jeho predpokladu.

Prednosťou vzťahu (6.50), obdobne ako tomu bolo pri výpočtoch výslednej vieryhodnosti predpokladu, je odstraňovanie nekonzistentnosti medzi intuíciou a výsledkami výpočtov založených na súčine, resp. minime hodnôt **u** a **v**:

- nespôsobuje neadekvátne zni_ovanie vieryhodnosti dôsledku, ktorý vzniká pri vyhodnocovaní nadväzujúcej postupnosti pravidiel,
- nespôsobuje protiintuitívne zanedbávanie vieryhodnosti predpokladu alebo vieryhodnosti pravidla, ako je tomu pri pou_ití funkcie minima.

*Vieryhodnosť **w** dôsledku odvodeného na základe viacerých pravidiel* je daná hodnotou funkcie $\mathbf{K_d}$. Jej realizácia je v uvažovanej metóde založená na empirickej funkčnej závislosti vychádzajúcej z nasledujúcej intuície:

(a) Vysoká hodnota vieryhodnosti predpokladu je príznakom toho, že dostupné fakty podporujú vieryhodnosť dôsledku. V opačnom prípade sú skôr príznakom nedôvery v platnosť dôsledku. Preto pri kombinovaní vieryhodností dôsledku pravidla je užitočné rozdielne zohľadňovať takto sa líšiace hodnoty vieryhodností.

(b) Hoci výsledná vieryhodnosť dôsledku pravidiel má vyplynúť predovšetkým z tých pravidiel, ktorých predpoklad silne podporuje vieryhodnosť dôsledku, aj tak je nežiadúce zanedbať vplyv pravidiel s nízkou hodnotou vieryhodnosti ich predpokladu. Také pravidlá totiž indikujú, že výsledky niektorých faktov nesvedčia v prospech daného dôsledku - jeho vieryhodnosť vlastne znižujú.

Vzťah, ktorý vyjadruje túto intuíciu, môže mať nasledovnú podobu

$$\mathbf{w = K_d(w_1, w_2, ..., w_n) = r*[1 + (r\text{-}1)*(2r\text{-}1)] + s2,} \tag{6.51}$$

kde

$$\mathbf{r = (\Sigma w_i)/n}$$
$$\mathbf{s^2 = [\Sigma(w_i - r)^2]/n}.$$

Z týchto vzťahov by malo byť zrejmé, že **r** je priemerná hodnota vieryhodnosti daného dôsledku a $\mathbf{s^2}$ je ich rozptyl.

Funkcia z (6.51) je vzhľadom na svoje argumenty symetrická a asociatívna. Ak pre nedostupnosť faktov nie je možné niektoré z pravidiel s daným dôsledkom vyhodnotiť, t.j. keď niektorá z hodnôt w_i nie je známa, hodnota funkcie sa vypočítava bez nej, t.j. len zo známych hodnôt vieryhodností dôsledku.

6.3.5 *Poznámky k numerickým metódam aproximatívnej inferencie*

Pri voľbe hodnôt vieryhodností a spôsobov ich kombinovania má význam rozlišovať druhy neurčitostí spomínaných v úvode tejto kapitoly.

Oprávnene sa totiž možno zamýšľať nad adekvátnosťou výsledkov aproximatívnej inferencie, keď prostriedky, na ktorých spočíva, platia jednak pre vzájomne nezávislé náhodilé javy a jednak neumožňujú rozlišovať, či neistota má povahu skalárnej hodnoty, intervalu, distribúcie, alebo či vyplýva z použitia výrazových prostriedkov prirodzeného jazyka. Tomu sa zrejme dá pripísať názor, že jedinou metódou aproximatívnosti nie je možné dosť dobre pokryť rôznorodú povahu neistôt. Okrem iného, vari aj tejto skutočnosti možno pripísať narastajúci i prehlbujúci sa záujem (aj mimo oblasť expertných systémov a UI) o problematiku neurčitostí, vrátane metód združujúcich líšiace sa prostriedky narábania s nimi.

Relativistické poňatie numericky

Numericky vyjadrené hodnoty vieryhodností netreba považovať za kvantity s absolútnym významom. Ich poslanie je potrebné vnímať skôr v spôso-

vyjadrených hodnôt neurčitosti

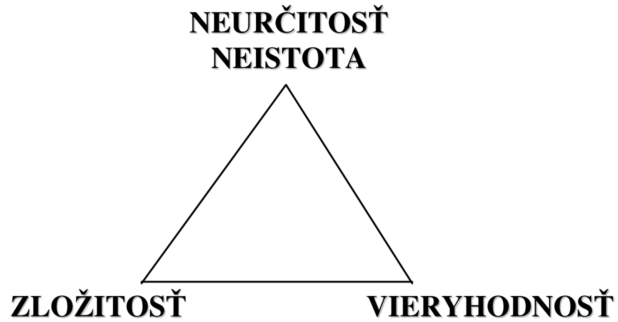
bilosti primerane vzájomne RELATIVIZOVAŤ fakty zaťažené neistotami, najmä vzhľadom na odvodené alternatívne dôsledky.

Pokiaľ relativizácia nie je postačujúca na výber alternatívy, pomôcť by mohla vhodná podporná metóda, hoci aj z externého programového prostredia expertného systému. Napríklad vhodne zvolená **účelová**, či **pokutová funkcia** (čo zodpovedá metódam známym z teórie regulácie a riadenia), *ktorá reflektuje špecifické vlastnosti skúmanej reality a v nej platných normotvorných kritérií*. Sú to prostriedky, ktoré by mali umožniť racionalizáciu výberu niektorej z odvodených, ale neistotou zaťažených, alternatív tak, aby sa minimalizovali riziká[7].

Problematika neurčitostí a neistot sa dostáva v ostatnom období (aj v dôsledku rozvoja UI) do centra pozornosti vedeckého poznávania. Významný a koncízny rozvoj problematiky ošetrovania neurčitostí možno zaznamenať v oblastiach, ktoré sa môžu opierať o teoreticky dobre prepracované matematické teórie.

Matematické metódy aproximatívnej inferencie by mali zohľadňovať vzťahy medzi nasledujúcimi tromi fenoménmi (G. Klír):

Vzťah neurčitosti, neistoty, zložitosti a vieryhodnosti



Táto schéma znázorňuje predstavu o vzájomných vzťahoch uvedentých fenoménov v nasledovnom zmysle:

- ✓ **neurčitosť čohosi ovplyvňuje aj jeho vieryhodnosť, a naopak, keď je čosi nevieryhodné, potom je to aj neurčité, neisté,**
- ✓ **zložitosť čohosi vedie k jeho neurčitosti (neistotám) a tým aj k jeho zníženej vieryhodnosti, a naopak, javy neurčité (neisté), resp. nevieryhodné sa môžu javiť zložitými,**
- ✓ **čím sa čosí javí jednoduchším, tým sa javí aj menej neurčitým a viac vieryhodným.**
- ✓

Problém spočíva v tom, že zjednodušovanie zložitého (zanedbávanie záležitostí) nemôže reálne zvyšovať vieryhodnosť, a naopak, zvyšovanie vieryhodnosti vedie aj k zvyšovaniu zložitosti. *Ide o protichodné tendencie, ktoré sa riešia vzhľadom na požadovanú, prijateľnú, či prípustnu účelnosť kompromisom.*

Zovšeobecňujúce teórie univerzálnych postupov sú predmetom výskumu a

[7] Zodpovedajúce procedúry by bolo možné považovať za implementačnú reflexiu tzv. "kognitívnych cenzorov" - v zmysle Minského konceptov. V literatúre venovanej teórii riadenia a regulovania, resp. hier je možné nájsť princípy zostavovania príslušných funkcií.

náročných aj priekopníckych poznávacích procesov[8]. Vedú k rozširovaniu klasických matematických teórií ako to znázorňuje nasledovná schéma (šipky ukazujú smery zovšeobecnení)

Klasická teória množín	→	**Teória neostrých (fuzzy) množín**
		↓
		Teória možnosti (Possibility theory)
		↑
Teória pravdepodobnosti (klasická teória miery)	→	**Teória potvrdzovania (Evidence theory)**
		↓
		Neostrá teória miery (Fuzzy measure theory)

6.4 *Kvalitatívne metódy aproximatívnej inferencie*

Kvalitatívne metódy

V kontexte UI a expertých systémov sa v oblasti problematiky aproximatívnosti objavili aj prístupy vychádzajúce zo zatiaľ málo prebádaných kvalitatívnych metód. Tieto sú pokusom o reflektovanie človekom uskutočňovaných kognitívnych spôsobov riešenia problémov za neurčitostí, neistôt.

Kvalitatívne metódy aproximatívnosti vychádzajú z možnosti reprezentovať neurčitosti kategorickými produkčnými pravidlami.

Princíp uplatnenia kategorických produkčných pravidiel

PRODUKČNÝMI PRAVIDLAMI SA DAJÚ ZÁROVEŇ S REPREZENTÁCIOU ASERCIÍ REPREZENTOVAŤ AJ K ASERCII SA VIAŽUCU NEURČITOSŤ. PRINCÍP SPOČÍVA V ZARAĎOVANÍ PRODUKČNÝCH PRAVIDIEL DO ZOSKUPENÍ, KTORÉ SÚ NOSITEĽMI (REPREZENTANTAMI) PRIRADENÝCH VIERYHODNOSTÍ.

Tým sa aj zdôvoduje

spôsobilosť kvalitatívných metód realizovať usudzovanie o neurčitostiach.

V čase písania týchto textov bol známy len veľmi malý počet heuristických metód kvalitatívnej aproximatívnej inferencie s praktickým uplatnením. Napriek tomu, nehovoriac o značnom množstve súvisiacich otvorených otázok, ich význam aj

[8] Záujemcom o hlbšie preniknutie do tejto teoreticky aj prakticky zaujímavej problematiky odporúčame špecializované literárne pramene, napr. M.M. Gupta a spol.(zost.): Approximate Reasoning in Expert Systems. North-Holland, 1985, W.A. Gale (zost.): Artificial Intelligence and Statistics. Addison-Wesley, 1986 (venovať pozornosť príspevkom J. Fox, D. Spiegelhalter), G.L. Shackle: Decision, Order, and Time in Human Affairs, 1991, P. Walley: Statistical Reasoning with Imprecise Probabilities, Chapman and Hall, 1991.

aplikovateľnosť je nepochybná. Preto si zasluhujú pozornosť.

Keď napr. znalec určitej oblasti prehlási

> **»Ak je predpoklad pravidla splnený, tak jeho dôsledok má vieryhodnosť 0.8.«**

tak vyjadruje vlastne neistotu asercie reprezentovanej pravidlom. *Hodnotou vieryhodnosti vyjadruje poznanie toho, že vyslovené tvrdenie nie je vždy pravdivé.* Zrejme sú mu známe prípady vynímajúce sa pravidlu. Vlastná *kvantita vieryhodnosti však nič nevyjavuje o zriedkavejších, neobvyklých, výnimočných prípadoch*. Vzniká na základe

úsudku, v ktorom sa kombinujú známe dôvody pre a proti platnosti asercie. Hodnota vieryhodnosti je ich **sumarizáciou**. Dá sa predpokladať, že sa v nej zohľadňujú aj možné implikácie súvisiace s použitím odvodeného dôsledku v predchádzajúcich krokoch odvodzovania.

Problém spočíva v tom, že keď sa kvantitatívna hodnota vieryhodnosti vysloví, ***samotná hodnota neposkytuje možnosť zistiť dôvody jej vzniku.*** Naviac, po tom, čo sa táto hodnota v procese odvodzovania kombinuje s inými, stráca sa aj možnosť *odlíšenia neistôt pravidiel od nedostatku potvrdzujúcich faktov*.

V súvislosti s tým vznikajú aj ťažkosti pri vysvetlovaní a zdôvodňovaní vieryhodnosti odvodených dôsledkov. (Pozri kapitolu venovanú vysvetlovaciemu mechanizmu).

To sú skutočnosti, ktoré dali podnet na vznik nápadu vytvoriť prostriedok USUDZOVANIA O NEURČITOSTIACH NAMIESTO USUDZOVANIA S NEURČITOSŤAMI.

Súvisiace inferenčné postupy sa zameriavajú na explicitnú reprezentáciu

- ✓ **podmienok svedčiacich v prospech aj neprospech vieryhodností pravidiel ako celku**
- ✓ **a osve jeho podmienok, predpokladu a dôsledku.**

Na rozdiel od numerických (kvantitatívnych) metód priraďujúcich hodnoty vieryhodností zo spojitého intervalu medzi **NEPRAVDOU** a **PRAVDOU**,

NENUMERICKÉ METÓDY SÚ ZALOŽENÉ NA PREDPOKLADE, ŽE
PRI RIEŠENÍ PRAKTICKÝCH PROBLÉMOV POSTAČUJÚ ÚVAHY
VIAŽUCE SA K VHODNE ROZVRHNUTÝM
DISKRÉTNYM PROPOZIČNÝM HODNOTÁM Z INTERVALU **NEPRAVDA-PRAVDA**.

Takáto úvaha korešponduje s povahou diskrétnych rozhodovaní:

- ☞ určitá akcia sa vykoná alebo nevykoná (kedže medziľahlá možnosť nejestvuje, jedná sa o kategorické rozhodovanie),
- ☞ počet reálne vykonateľných akcií pri riešení skutočných problémov je pritom spravidla neveľký.

Uvedené implikuje vhodnosť:

- ☞ usporiadať reálne vykonateľné akcie a v súlade s takým usporiadaním odstupňovať diskrétne hodnoty pravdivosti (vieryhodnosti) predpokladov pravidiel -

následne, po vyhodnotení vieryhodnosti pravidiel sa vykoná akcia, ktorá korešponduje s najvyššou vieryhodnosťou potvrdenia dôsledku,

☞ rozhodovať o dosiahnutí zodpovedajúceho stupňa vieryhodnosti (pravdivosti) na základe kategoricky vyhodnotiteľných predpokladov, ktoré tým, že sú samé nositeľmi neistoty, kategoricky potvrdzujú dôsledok pravidla vždy iba na určitej úrovni vieryhodnosti a tým predurčujú vykonanie zodpovedajúcej (prípustnej) akcie.

Pre rôzne druhy problémov - v závislosti na charakteristikách, detailnosti a cieľoch riešenia - kvalitatívne hodnoty vieryhodnosti môžu mať rozdielnu interpretáciu: v jednom prípade zistená hodnota pre akciu je postačujúca, v inom nie.

Často je potrebné - obdobne ako v prípade numerickej aproximatívnosti - uvažovať s dvomi hodnotami neurčitostí, ktoré zodpovedajú

NUTNEJ, RESP. POSTAČUJÚCEJ

hodnote vieryhodnosti k výberu jednotlivých variantov prípustných akcií. Okrem toho, rozhodovanie za neistoty je často užitočné vykonávať na základe zhodnotenia *(hoci aj externou účelovou funkciou)* prínosu (úžitku, zisku) z vybratej alterna-tívy, resp. nevýhody (strát, rizík), keď sa zanedbá. *Zodpovedá to stratégii súčasnej maximalizácie úžitkov a minimalizácie strát.*

Kvalitatívne metódy aproximatívnosti spočívajú na úvahach o neistotách v nasledujúcich podobách a ich kombináciach:

- fakt možno považovať za dostatočne vieryhodný, keď ho prijímame v úlohe potvrdenia preferovanej hypotézy (dôsledku pravidla) - (ide o relativisticky ponímanú vieryhodnosť faktu - hoci ten nemusí byť spoľahlivý - pokiaľ zapadá do už vytvoreného kontextu riešenia problému; pripisuje sa mu vtedy vyššia vieryhodnosť ako faktu málo zaťaženému neistotami, ale nezapadajúcemu do kontextu; pri potenciálnej zmene kontextu - zameranie na inú hypotézu, na iný cieľ - môže a malo by dôjsť k prehodnoteniu vieryhodností),
- vieryhodnosť hypotézy - pokiaľ nie sú k dispozícii fakty vedúce k jej neprijateľnému spochybneniu (falzifikácii), sa stotožňuje s jej najsilnejším, aj keď nie istým potvrdením,
- až keď vieryhodnosť hypotézy nadobúda primeranú plauzibilitu (presvedčenie o účelnosti naďalej sa s ňou zaoberať), pristupuje sa k vyhodnocovaniu pravi-diel, v predpoklade ktorých sa podmienky odvolávajú na fakty, ktorých zistenie je náročnejšie (nebezpečnejšie), ale silnejšie potvrdzuje až dokazuje hypotézu.

6.4.1 *Metóda zdôvodneného zamietania*

V súlade s predošlými úvahami o neistotách možno zapísať jadro produkčného pravidla v tvare

Zdôvodnené zamietnutie

$$\mathbf{p \| \neg q \rightarrow d,}$$

kde symboly **p** a **d** zachovávajú svoj doterajší význam. Symbol **q** reprezentuje množinu podmienok zodpovedajúcich **propozíciam explicitne vyjadrujúcim neistoty viažuce sa k danému pravidlu**.

V tejto metóde úloha podmienok z **q**, ak by niektprá z nich nebola splnená, je

BUĎ ZAMIETNÚŤ PLATNOSŤ TVRDENIA REPREZENTOVANÉHO PRAVIDLOM,

ALEBO SPOCHYBNIŤ ZMYSLUPLNOSŤ VYHODNOTENIA DANÉHO PRAVIDLA.

Uvedený spôsob reprezentácie a vyhodnocovania asercií tvorí podstatu METÓDY ZDÔVODNENÉHO ZAMIETNUTIA.

Metóda zdôvodneného zamietnutia

Podmienky z **q** zodpovedajú najmä netypickým (výnimočným, neobvyklým) prípadom, v ktorých je opodstatnené zamietnuť platnosť dôsledku pravidla, aj keď je jeho predpoklad splnený. Ale ich nesplnenie neimplikuje platnosť žiadnej podmienky z predpokladu pravidla.

Význam pravidla so zdôvodneným zamietaním je teda formulovateľný takto:

POKIAĽ ŽIADNA Z PODMIENOK V **q** NIE JE SPLNENÁ, PLATNOSŤ DÔSLEDKU PRAVIDLA JE ZDÔVODNENÝ IBA SPLNENÝM PREDPOKLADOM.

Je zrejmé, že zo syntaktického pohľadu nie je nutné podmienky v **p** a **q** rozlišovať. Sémanticky je to však výhodné, lebo

- **p** JE REPREZENTÁCIOU SKUTOČNOSTÍ SVEDČIACICH V PROSPECH
- KÝM **q** SKUTOČNOSTÍ SVEDČIACICH V NEPROSPECH PLATNOSTI DÔSLEDKU **d** JADRA PRAVIDLA.

Podmienky v q teda diskvalifikujú dôsledok.

Obe skupiny propozícií, t.j. obsah p a q, explicitne reprezentujú, čo by sa z numerickej hodnoty vieryhodnosti pravidla i dôsledku nedalo zistiť.[9]

Poznámka: Z koncepčných hľadísk niet čo namietať proti práve uvedenému. Zz pragmatického - implementačného – pohľadu je potrebné primeraným spôsobom zohľadňovať výhody či nevýhody kombinovania tejto metódy, vrátane rozsahu jej uplatňovania, so stratégiami nemonotónneho usudzovania (pozri v ďalšom), menovite uplatňovania akcií akčnej časti produkčných pravidiel.

6.4.2 *Metóda zdôvodneného odsúhlasovania*

Kým **metóda zdôvodneného zamietnutia** je motivovaná neistotou pravidla a jeho použiteľnosti,

Metóda zdôvodneného odsúhlasovania

METÓDA ZDÔVODNENÉHO ODSÚHLASOVANIA[10] **je zameraná predovšetkým na neistoty pri vyhodnocovaní predpokladu pravidiel.**

Podmienky sa vyhodnocujú na základe údajov, ktoré môžu byť rôzneho pôvodu a teda môžu byť aj rozdielne zaťažené neistotami.

Dá sa to ilustrovať na nasledujúcom príklade. Majme nádobu naplnenú ovedzme vodou a je potrebné uvažovať o jej teplote. Vieryhodnosť údaja o teplote bude zrejme *narastať* v postupnosti:

niekto *oznámi* ním *predpokladanú hodnotu* ⇒ *sám si vytvorím predpoklad* ⇒ *niekto úvahou odvodí odhad hodnoty* (na základe povedzme teploty prostredia a doby, počas ktorej je voda v tomto prostredí) ⇒ *sám si* (analogicky) *odvodím odhad* ⇒ *niekto*

---

[9] Podrobnejšie v prácach J. Doyle-ho.

[10] V anglicky písanej literatúre sa používa označenie »endorsement method«, zaviedli ho autori metódy Cohen a Liberman, 1983.

zisťovaním (vloží ruku do vody) *odhadne hodnotu ⇒ sám zisťovaním* (obdobným spôsobom) *určím hodnotu ⇒ niekto meraním zistí hodnotu ⇒ sám meraním zistim hodnotu teploty vody*.

V danom prípade, uvedená postupnosť, ako je zrejmé, zodpovedá uprednostňovaniu vlastných odhadov/zisťovaní hodnôt pred ich sprostredkovaním (oznámením) z iných zdrojov a výsledkov poskytovaných spoľahlivejšími odhadovacími/zisťovacími technológiami.

Rozdiely medzi vieryhodnosťou takto získavaných údajov a teda aj vyhodnocovania podmienok môžu byť malé aj veľké. Pokiaľ všetky svedčia len v prospech, alebo len v neprospech dôsledku, rozdielnosť vieryhodností nevytvára komplikácie. V opačnom prípade je však potrebné vzniknutú situáciu vhodne ošetriť. Explicitná reprezentácia rôznych druhov neistôt spolu s vyjadrením ich vplyvu na vieryhodnosť dôsledku je možná a účelná. Realizácia metódy spočíva na nasledovnom:

- ☞ **Všetky pravidlá potvrdzujúce daný dôsledok sa monotónne usporiadajú vo vzostupnom (zostupnom) poradí v závislosti na vieryhodnosti, s ktorou dôsledok podporujú**.
- ☞ **Pravidlá sa vyhodnocujú v danom usporiadaní v postupnosti, ktorá zvyšuje vieryhodnosť odsúhlasovania daného dôsledku, teda od najmenej potvrdzujúceho k najviac potvrdzujúcemu až dokazujúcemu. Uplatňuje sa pritom štandardná stratégia: keď ani jeden z predokladov pravidiel na tej istej hladine vieryhodnosti nie je splnený, vo vyhodnocovaní pravidiel na vyššej hladine sa už nepokračuje.**
- ☞ **Všetky pravidla potvrdzujúce daný dôsledok sa vyhodnocujú kategoricky a v prípade splneného predpokladu dôsledok nadobudne vieryhodnosť daného pravidla.**
- ☞ **Výsledná, t.j. maximálne dosiahnuteľná vieryhodnosť dôsledku je daná najvyššou kvalitatívnou hodnotou vieryhodnosti v postupnosti splnených predpokladov potvrdzujúcich totožný dôsledok**.

Odsúhlasovanie môže byť založené na rôznych argumentoch svedčiacich pre i proti propozícii reprezentovanej predpokladom, napr. na základe vyššie spomenutej vieryhodnosti faktov, s ktorými sa operuje. Uprednostňujú sa fakty, ktoré zvyšujú spoľahlivosť odvodeného dôsledku. Napr. zistené vlastným pozorovaním pred dodanými, vzájomne sa podporujúce fakty pred protirečivými a pod.

6.4.3 *Metóda zdôvodneného ohodnocovania*

Metóda zdôvodneného ohodnocovania

METÓDA ZDÔVODNENÉHO OHODNOCOVANIA JE KOMBINÁCIOU OBOCH PREDCHÁDZAJÚCICH METÓD KVALITATÍVNEJ APROXIMATÍVNOSTI.[11]

Spočíva na bohato štruktúrovaných a vzhľadom na vieryhodnosť monotónne usporiadaných predpokladov, ktorých splnenie prispieva k zvyšovaniu vieryhodnosti

11 Pôvodná metóda - vytvorená nezávisle na predošlých (neboli dostupné informácie o nich). Metóda bola úspešne realizovaná tvorcami expertného systému CODEX pod vedením autora týchto textov.

dôsledku.

☞ Vychodzím princípom je predpoklad, že

Grémium: množina pravidiel s rovnakou účinnosťou

USPORIADANÁ POSTUPNOSŤ PRAVIDIEL SA DÁ ROZČLENIŤ DO SKUPÍN, V KTORÝCH KAŽDÝ PREDPOKLAD PRIRAĎUJE TÚ ISTÚ HODNOTU (STUPEŇ) VIERYHODNOSTI DÔSLEDKU.

Takú skupinu nazveme

GRÉMIUM

s oprávnením rozhodovať len na vlastnej úrovni priraďovania vieryhodnosti.

Pravidlá tvoriace *grémium* majú nasledujúce vlastnosti:

- ☞ **Predpoklady pravidiel môžu mať vzájomne sa líšiacu spôsobilosť potvr-dzovať vieryhodnosť dôsledku, napriek tomu každé z nich spôsobuje priradenie tej kvalitatívnej hodnoty, ktorá je priradená grémiu**.
- ☞ **Každý predpoklad je kompetentný na vlastnej úrovni kategoricky rozhodnúť, t.j. odsúhlasiť alebo zamietnúť, potvrdenie dôsledku minimálne na dolnej a maximálne na hornej hranici oprávnenia daného grémia**.
- ☞ **Dolná hranica zodpovedá minimálnemu zoskupeniu splnených podmienok, ktoré oprávňujú priradiť dôsledku zodpovedajúci stupeň vieryhodnosti, pričom takéto zoskupenie implikuje vyššiu vieryhodnosť ako horná hranica nižšieho grémia**.
- ☞ **Horná hranica zodpovedá maximálnemu zoskupeniu splnených podmienok, ktoré oprávňujú priradiť dôsledku zodpovedajúci stupeň vieryhodnosti, pričom takéto zoskupenie implikuje nižšiu vieryhodnosť ako dolná hranica vyššieho grémia**.
- ☞ **Čím vyššie grémium poskytne svoj *"súhlas"*, tým je vyššia vieryhodnosť dôsledku pravidla.**
- ☞ **V postupnosti vyhodnocovania jednotlivých grémií sa štandardne uplatňuje stratégia, podľa ktorej pravidlo v zoskupení má mať oprávnenie *odsúhlasiť vieryhodnosť dôsledku iba keď grémium na nižšej úrovni, pokiaľ jestvuje, dôsledok už potvrdil*. (Modifikácie štandardnej stratégie treba pripúšťať.)**

Pravidlá zoskupené do grémií symbolový zapíšeme takto

Symbolový zápis množiny grémií

$$\{\{\mathbf{p}^{(i,j)}\}_{j=1}^{m}\}_{i=1}^{n} \parallel \{\neg \mathbf{q}^{(i)}\}_{i=1}^{n} \rightarrow \mathbf{d},$$

kde

$\{\mathbf{p}^{(i,j)}\}_{j=1}^{m}$

zodpovedá monotónne usporiadanej postupnosti predpokladov zodpovedajúcich jednému grémiu,

n je počet grémií a

$\{\neg \mathbf{q}^{(i)}\}$

sú falzifikujúce podmienky zodpovedajúce jednému grémiu - mô_e by_ vyjadrené aj v tvare

¬NAJMENEJ 1(q_1, q_2, ..., q_k), ktorý je reprezentáciou toho, že ani jedna z podmienok $\mathbf{q_i}$ nesmie byť splnená.

Teda, keď niet dôvodu na spochybnenie platnosti dôsledku, potom jeho vieryhodnosť (kvalitatívne vyjadrená vhodným výrazovým prostriedkom prirodzeného jazyka) je daná najvyšším vieryhodnostným zoskupením pravidiel, z ktorých aspoň v jednom prípade predpoklad bol kategoricky vyhodnotený propozičnou hodnotou **PRAVDA.**

Poznámky k implementácii metód:

Implementácia metódy

1. Z abstraktných pohľadov niet čo namietať proti postaveniu podmienok typu $\mathbf{q_i}$, t.j. splnenie ktorých spochybňuje vieryhodnosť dôsledku, resp. jeho platnosť vylučuje. Z pragmatického - implementačného – pohľadu je však potrebné primeraným spôsobom zohľadňovať výhody, resp. nevýhody kombinovania (a rozsah kombinovania) tejto metódy so stratégiami nemonotónneho usudzovania, menovite uplatňovania akcií akčnej časti produkčných pravidiel.
2. Stratégie propozičného vyhodnocovania zoskupení pravidiel v jednotlivých grémiach zodpovedajúce prirodzenému postupu zvyšovania vieryhodnosti odvodzovaného dôsledku sa dajú implementovať rôznym spôsobom vďaka v predošlom uvedeným prostriedkom reprezentácie poznatkov. Menovite na základe dynamických zmien **AP, AZ**, hodnôt podmienok tvoriacich semafóry pravidiel, ako aj akciami v ich akčnej časti pravidiel.

Nenumerické metódy aproximatívnej inferencie sú alternatívou k numerickým metódam. Ale ani ich použitie neodstraňuje rad otázok súvisiacich s reprezentáciou nekategorickej reality. Napríklad kombinovanie neurčitostí v kvalitatívnych metódach aproximatívnej inferencie je príliš intuicionistické, nie je podložené teoreticky zdôvodniteľným postupom. Na druhej strane, uplatnená intuícia sa dá priehľadne používateľovi vysvetliť - a to zas nie je prípad numerických metód, hoci v nich uplatňované postupy kombinovania hodnôt neurčitostí je priehľadné.