8. KVALITATÍVNE MODELY

Modely a simulácie

S pojmami **model** a **simulácia** sme sa už opakovane vo viacerých kontextoch stretli v predchádzajúcich častiach týchto textov. Sú to pojmy, ktoré svojim obsahom a uplatnením majú významné postavenie v teórii aj praxi mnohých oblastiach konania človeka.

Mentálny model vnímaný ako odraz jestvujúcej, predpokladanej, či plánovanej reality bol predmetom pozornosti prvej kapitoly týchto textov. Tam sme operovali s týmto pojmom pri úvahách o možnostiach realizovania týchto modelov a operácii v nich aj prostriedkami programov a údajových štruktúr stelesnených počítačom.

Mentálny model

Mentálne modely a množstvo im zodpovedajúcich predstáv sa dajú prirodzene stelesniť aj inými prostriedkami, napr. aj prostriedkami fyzikálnych a matematických modelov. Existencia matematických predstáv/modelov vo vedomí človeka sa dá pomerne jednoducho indentifikovať sebapozorovaním. Niekedy sú to explicitné predstavy (vyškolených jedincov) v podobe "jazyka matematiky", inokedy sa jedná o implicitné predstavy – modely - napr. kvantitatívnych vzťahov alebo dynamiky vymedzenej časti reálneho sveta. Vďaka takým implicitným predstavám/modelom človek spravidla **dokáže úspešne odhadom** (t.j. aj bez meraní a výpočtov) **riešiť**

- správny vzájomný pomer ingrediencií napríklad pri príprave jedál a nápojov,
- pri odhade a porovnávaní váhy či výšky určitého predmetu,
- pri uchopení určitého telesa vo vzťahu na jeho váhu, krechkosť, ťažisko, alebo
- pri triafaní na pohybujúci sa cieľ, keď je potrebné odhadovať vzájomné rýchlosti a smery pohybu,
- pri prebiehaní cez cestu, po ktorej sa pohybujú dopravné prostriedky, keď je potrebné rozhodovať o bezpečnom smere a rýchlosti pohybu,
- pri hraní loptových hier a množstve iných aktivít.

Takáto úspešná mentálna výkonnosť človeka, ktorá nespočíva na meraniach, kvantitách a výpočtoch je motivujúca aj pri konštruovaní artefaktov potenciálne schopných manifestovať analogické výkony. Artefaktom, ktorý v danom kontexte máme na mysli je prirodzene inteligentný počítačový systém, predovšetkým expertný systém. To je téma tejto kapitoly.

Príklad kvalitatívneho usudzovania

Pôjde v nej napríklad o vytvorenie realistických predstáv o možnosti tvorby takých odvodzovacích postupov, ktoré na základe výrazu, povedzme **a = b.c**, dokázal odvodiť, že pri konštantnej hodnote **a** zvýšenie hodnoty **b** má za následok zníženie hodnoty **c**. Treba akcentovať, že v takých prípadoch nejde o výpočet kvantitavných hodnôt, ale o kvaklitatívne vyjadrenie vzájomných vzťahov.

V abstraktnej a generickej podobe budeme hovoriť o

Kvalitatívne znalosti a odvodzovanie

REPREZENTÁCII ZNALOSTÍ V PODOBE KVALITATÍVNYCH MODELOV
V SKRÁTENEJ PODOBE HOVORÍME O **Q-MODELOCH**
a o
ODVODZOVANÍ SPOČÍVAJÚCOM NA PRINCÍPOCH KVALITATÍVNEJ SIMULÁCIE
(SKRÁTENE **Q**-SIMULÁCIE)[1].

---

[1] Namiesto očakávateľnej skratky ***'K-model'*** a ***'K-simulácia'*** uvádzame ***'Q-model'*** a ***'Q-simulácia'***, čo je v súlade s označením zaužívaným v anglicky písanej odbornej literatúre. ***'Q'*** - od anglického ***QUALITATIVE***.

Q-mode-ly a Q-si-mulácie

Q-modely a Q-simulácie poskytujú ďalšie prostriedky obohacujúce funkčné spôsobilosti (rozvinutých) expertných systémov. Sú aj prípadom neklasických prostriedkov reprezentácie a odvodzovania a zároveň aj predmetom overovania vhodných špecifických symbolových prostriedkov reprezentácie hĺbkových štruktúr znalostí a korešpondujúcich metód inferovania. Umožňujú v určitom rozsahu

ich po-slanie

- ☞ **REPREZENTOVAŤ A UPLATŇOVAŤ HĹBKOVÉ ŠTRUKTÚRY ZNALOSTÍ, PREDOVŠETKÝM KAUZÁLNYCH A ŠTRUKTURÁLNO-FUNKČNÝCH OHRANIČUJÚCICH ZÁVISLOSTI,**
- ☞ **REPREZENTOVAŤ A UPLATŇOVAŤ AJ PRIESTOROVÉ A ČASOVÉ ZÁVISLOSTI,**
- ☞ **ČIASTKOVÚ IMITÁCIU URČITÝCH PRVKOV "ZEMITÉHO USUDZOVANIA" (COMMON SENSE),**
- ☞ **VYTVÁRAŤ REPREZENTÁCIE ZNALOSTÍ PODLIEHAJÚCE PRINCÍPOM *VIACNÁSOBNÉHO ABSTRAHOVANIA* (ZJEDNODUŠOVANIA) *MODELU RELITY* AJ *DEKOMPOZÍCIE* A *HIERAR-CHICKÉHO RIEŠENIA PROBLÉMOV*.**

Q-modely a Q-simulácie si zasluhujú pozornosť aj ako prostriedok možnej analýzy jednej z oblastí kvalitatívneho usudzovania človeka.

Q-model je ab-strak-ciou analytic-kého modelu

KVALITATÍVNE MODELY SÚ *ABSTRAKCIOU* ANALYTICKÝCH MODELOV

Obdobne ako analytické modely sú prostriedkom realizácie procesov usudzovania o:

- ✓ **správaní systému, ktoré je podmienené jeho štruktúrou,**
- ✓ **variantoch možných štruktúr systému, ktoré môžu zodpovedať jeho správaniu**.

Sú to procesy - **zodpovedajúce metódam produktívneho riešenia problémov** - spočívajúcie na odvodzovaní nad systémami rovníc (vrátane diferenciálnych) a nerovností. Ide o **odvodzovanie, ktoré v mnohom zodpovedá procesom šírenia ohraniení** (pozri v ďalšom), avšak, **na rozdiel od analytických modelov, vyvierajú -** to je podstatné **- z neporovnateľne jednoduchšieho**

KVALITATÍVNEHO KALKULU.

Poslanie Q-mode-lov a Q-simu-lácií

ZMYSLOM *Q-MODELOV* A *Q-SIMULÁCIÍ* JE SKÚMANIE MOŽNOSTÍ

(1)

USKUTOČŇOVAŤ *ZDÔVODNITEĽNÉ/VYSVETLITEĽNÉ*
KAUZÁLNE A ŠTRUKTURÁLNE USUDZOVANIE NA KVALITATÍVNEJ (NENUMERICKEJ) ÚROVNI
VYCHÁDZA SA Z TZV. ➢ KOMPOZIČNÉHO PRINCÍPU ➢:

SPRÁVANIE SYSTÉMU - ZMENY JEHO STAVU V ČASE
SA ODVODZUJE Z JEHO ŠTRUKTÚRY,
T.J. Z ANALÝZY JEHO ZLOŽIEK, ICH VZÁJOMNÝCH VÄZIEB A ICH SPRÁVANIA

(2)

imitovať úspešné a účinné mentálne procesy vykonávané človekom
➢ jeho kvalitatívne usudzovanie ➢

(3)

UPLATŇOVAŤ PROCESY GENEROVANIA A TESTOVANIA HYPOTÉZ TÝKAJÚCICH SA AKTUÁLNEHO A PREDIKOVANIA BUDÚCEHO STAVU SYSTÉMU,

ČO JE OBZVLÁŠŤ UŽITOČNÉ VTEDY, KEĎ

(a)

NIE SÚ ZNÁME HODNOTY VŠETKÝCH PARAMETROV ANALYTICKÉHO MODELU,

(b)

ANALYTICKÝ MODEL JE ROZSIAHLY

A JE POTREBNÉ VYMEDZIŤ PRÍPUSTNÝ

OBOR HODNÔT JEHO PARAMETROV

- T.J. ZAVIESŤ URČITÉ **OHRANIČUJÚCE PODMIENKY** –

ČO V SÚLADE S DANÝMI, RESP. ZVOLENÝMI KRITÉRIAMI UMOŽŇUJE NAHRADIŤ ROZSIAHLE EXHAUSTÍVNE VÝPOČTOVÉ PROCESY CIELENÝMI (OHRANIČOVANIE PRIESTORU RIEŠENIA PROBLÉMU),

(c)

JE POSTAČUJÚCE ZISTIŤ, ČI URČITÉ RIEŠENIE VYHOVUJE DANÝM ALEBO ZVOLENÝM OHRANIČUJÚCIM PODMIENKAM A VYZNAČENÝM HODNOTÁM

(v angličtine sa uplatňuje termín *landmark values*).

Je známe, že odborníci pri riešení úloh často uvažujú o realite kvalitatívne. Niekedy taká úvaha môže byť buď úplne postačujúca pre odvodenie prakticky použiteľného výsledku, inokedy aspoň umožňuje účinne ohraničiť priestor riešenia problému pre experimentálne úkony alebo analytické výpočty. (TO NIE JE MÁLO!) Sú to úvahy, ktoré nevyžadujú znalosť presných kvantitatívnych hodnôt, namiesto toho je postačujúce

Uvažovanie o dôsledkoch zmien hodnoty premenných

ZVAŽOVAŤ ČI ISTÝ TYP ZMENY HODNOTY URČITEJ PREMENNEJ VYVOLÁ ZMENU HODNÔT INÝCH PREMENNÝCH.

Keď sa v úvahe dospeje k *premenným, v ktorých sa vyvolá zmena ich hodnoty,* potom v nadväzujúcich úvahách sa predmetom pozornosti stávajú *typy zmien týchto hodnôt.*

Ako sa dá aj z uvedeného usúdiť, motiváciou záujmu o kvalitatívne systémy a kvalitatívne usudzovanie bolo a je

- ☞ **SKÚMANIE IMAGINATÍVNEJ, RESP. ANALÓGOVEJ FORMY REPREZENTÁCIE A VYUŽÍVANIA ZNALOSTÍ V MENTÁLNYCH MODELOCH ČLOVEKA**
- ☞ **SPOLU S TVORBOU VÝPOČTOVÝCH TEÓRIÍ SPÔSOBILOSTÍ ČLOVEKA PRODUKOVAŤ A TESTOVAŤ HYPOTÉZY ZODPOVEDAJÚCE SKÚMANIU, VYTVÁRANIU, ČI OPTIMALIZIÁCII REÁLNYCH (FYZIKÁLNYCH) SYSTÉMOV, ALEBO SITUÁCIÍ.**

Realita praktických aplikácií metód kvalitatívnej simulácie pomerne rýchlo odhalila množstvo vážnych ohraničení. Výrazne sa medzi ne radia problémy

- veľkej výpočtovej zložitosti Q-simulácie, ktoré často vznikajú v prípade netriviálnych, najmä rozsiahlejších (mnoho prvkových) Q-modeloch,
- súvisiace aj s teoretickými otázkami v prípadoch, keď na reprezentovanie skúmaných systémov nie sú postačujúce sústavy lineárnych diferenciálnych

rovníc s konštantnými koeficientami.

Tomu možno pripísať skutočnosť, že po počiatočnom prudkom rozvoji Q-modelov nastalo obdobie spomalenia až útlmu (nie nepodobne iným oblastiam AI). Najnovšie publikácie však svedčia o opätovnom oživení záujmu o túto problematiku. Nezávisle na aktuálnom rozsahu a intenzite záujmu možno Q-modely a nadväzujúce Q-simulácie považovať za témy, ktoré - v súvislosti so znalostnými (a teda aj expertnými) systémami - majú svoje nezastúpiteľné oprávnenie:

ich princípy sú zaujímavé, motivujúce a teoreticky nedostatočne rozpracované; doteraz nebola vyvrátená ani možnosť ich ďalšieho výrazného rozvinutia.

Spojité aj diskrétne systémy

Kvalitatívnymi modelmi sa reprezentujú spojité aj diskrétne systémy. Vzhľadom na rozsah celej súvisiacej témy, táto kapitola ohraničuje predmet pozornosti iba na spojité systémy. Problematika Q-modelov nemá ešte jednotný ani ustálený pojmový aparát ani symbolový formalizmus. Bez snahy o uprednostňovanie niektorého z nich, skôr z určitých historických pohnútok, v ďalšom sa prakticky pridržiavame výhradne symbolov a pojmov zavedených Kuipersom.

8.1 *Základné teoretické princípy kvalitatívnych modelov*

SYSTÉM

Hovoríme, že sa na realite vymedzil SYSTÉM vtedy, keď

(1) sa v skúmanej realite vymedzil predmet záujmu:

- **množina skúmaných objektov a ich vzájomných vzťahov,**
- **procesov ich vzájomného pôsobenia, pôsobenia reality z okolia na objekty tvoriace systém a pôsobenia objektov systému na okolitú realitu,**
- **čím sa vymedzili aj javy, na ktorých sa objekty podieľajú,**
- **čo v súhrne znamená VYMEDZENIE ŠTRUKTÚRY A SPRÁVANIA SKÚMANEJ REALITY,**

štruktúra a správanie

(2) pričom štruktúra systému na zvolenej úrovni rozlišovania sa vymedzila tak, aby správanie systému zachovalo podstatné charakteristiky správania reality.

Systém s týmito vlastnosťami tvorí **originál, predlohu** tvorby modelu.

MODEL

MODEL je (fyzikálnym, biologickým, symbolovým, matematickým, atď.) **zobrazením systému a teda vymedzenej reality.**

SIMULÁCIA

SIMULÁCIA je proces experimentovania s modelom. Spravidla slúži buď odvodeniu štruktúry a parametrov prvkov systému z jeho chovania, alebo, naopak, odvodeniu chovania systému z jeho štruktúry a hodnôt parametrov jej prvkov.

Q-model: koninuum reálnych hodnôt sa nahradzuje malým počtom diskrétnych symbolov

Východiskový princíp (spojitých) Q-modelov:

NAHRADENIE SPOJITÉHO KONTINUA REÁLNYCH KVANTITATÍVNYCH HODNÔT (ČÍSIEL) PREMENNÝCH ANALYTICKÉHO MODELU NEVEĽKÝM POČTOM DISKRÉTNYCH SYMBOLOV REPREZENTUJÚCICH DEFINOVANÉ KVALITATÍVNE HODNOTY.

Účelová strata informácií

Je zrejmé, že abstrakcie tvoriace bázu Q-modelov vedú k výraznej *strate informácií*. Keďže **podstata Q-modelov inherentne vedie k strate informácií v porovnaní s analytickou reprezentáciou reality**, nepovažuje sa to za ich nedostatok - nekladú si za cieľ zachovávať v plnom rozsahu pôvodne informácie analytického modelu.

Tri kvalitatívne hodnoty

Riešenie množstva praktických úloh vedie k usudzovaniu, v ktorom sa dá úspešne vystačiť s extrémnym prípadom troch kvalitatívnych symbolových hodnôt nahradzujúcich celé **kontinum reálnych čísiel**. Sú to hodnoty

ZÁPORNÝ, NULOVÝ, KLADNÝ

Symbolovo ich budeme značiť

- ✓ **"-"/"Z"** pre záporné kontinuum kvantitatívnych hodnôt,
- ✓ **"0"/"N"** pre hodnotu nula, resp. určitou normou predpísanú "náležitú" hodnotu,
- ✓ **"+"/"K"** pre kladné kontinuum kvantitatívnych hodnôt.

Abstrakcia analytického modelu Q-modelom v tomto prípade zodpovedá zobrazeniu hodnôt parametrov modelu

$(-\infty, \infty) \Rightarrow [-, 0, +]$, resp. $(-\infty, \infty) \Rightarrow [Z, N, K]$.

Keď vzhľadom na požiadavky kladené na rozlišovaciu schopnosť Q-modelu je žiaduce jemnejšie členenie kvalitatívnych hodnôt, dá sa základná trojhodnotová abstrakcia **jemnejšie členiť na vzájomne dizjunktné kladné a záporné podintervaly, prípadne aj nerovnakých rosahov.**

Uvážlivá voľba hraničných hodnôt intervalov umožňuje zachovať nevyhnutné minimum dôležitých informácií súvisiacich s rozhodujúcimi charakteristikami správania modelovaného systému. Hranice intervalov sa najlepšie volia v hodnotách

- ✓ **miním, maxím, nulovej (náležitej) hodnoty,**
- ✓ **hodnôt nespojitostí,**
- ✓ **či rovnosti hodnôt niektorých z parametrov modelu.**

Symbolovo môžno takéto hodnoty označovať napríklad v nasledujúcej podobe:

$\mathbf{Z_1}$, $\mathbf{Z_2}$, $\mathbf{Z_3}$, ... (pre záporné hodnoty)

$\mathbf{K_1}$, $\mathbf{K_2}$, $\mathbf{K_3}$, ... (pre kladné hodnoty).

Prirodzene, rozmedzia intervalov spravidla nie sú rovnaké.

Pre hodnoty rovné, nad, alebo pod hranicami $\mathbf{Z_i}$, resp. $\mathbf{K_i}$ platia analogicky k najzákladnejšej abstrakcii symbolové (kvalitatívne) hodnoty z množiny **{-, 0, +}**, resp. **{Z, N, K}** vzťahujúcich sa k danej hraničnej hodnote. Teda hodnoty premenných vzhľadom na hraničnú hodnotu v zodpovedajúcich intervaloch sú buď **záporné**, **nulové**, alebo **kladné**.

V technických ako aj v iných aplikačných oblastiach sa často možno stretnúť s pojmom *náležitá hodnota.* Je to hodnota, ktorá buď zodpovedá určitej prírodnej zákonitosti (konštante), alebo bola určitým spôsobom špecifikovaná, normalizovaná, uzákonená[2]. Vzhľadom na také hodnoty sa posudzuje, či je daná resp. odvodená hodnota menšia, rovná, či väčšia ako náležitá. Je zrejmé, že vzhľadom na hraničnú alebo náležitú hodnotu možno číselnu os transformovať, t.j. posununúť na nej

[2] Napr. 220 V v našich zemepisných šírkach je špecifikované ako štandardné napätie elektrickej siete v domácnostiach, podobne 50 km/hod je štandardne povolená rýchlosť dopravných prostriedkov v uzavretých obciach, 7.4 ± 0.05 je pH arteriálnej krve zdravého jedinca, cca 100°C je teplota varu vody a pod.

nulovú hodnotu práve o zodpovedajúcu kvantitatívnu hodnotu. Tým dochádza aj k transformácii kvalitatívnych hodnôt.

Dynamické systémy sú chara kterizované zmenami hodnôt svojich vlastností/parametrov.

Opis premennej

ÚPLNÝ KVALITATÍVNY OPIS STAVU Q-MODELU JE TVORENÝ KVALITATÍVNOU HODNOTOU PREMENNEJ A KVALITATÍVNOU ZMENOU TEJTO HODNOTY.

Kvalitatívna hodnota sa vyjadruje v termínoch
STÚPA, PADÁ (KLESÁ), alebo je USTÁLENÁ.

Teda **OPIS DYNAMICKÉHO SYSTÉMU JE TVORENÝ OPISOM VŠETKÝCH JEHO PREMENNÝCH A TO SÚ DVOJICAMI KVALITATÍVNYCH HODNÔT PREMENNÝCH TVORENÝCH ICH HODNOTOU A ZMENOU TEJTO HODNOTY** (***stúpajúca, ustálená, padajúca/klesajúca)***.

Kvalitatívnu zmenu premennej, napr. **X**, symbolovo značíme **QZ(X)** a pre hodnoty týchto zmien píšeme

Kvalitatívna zmena

QZ(X) = S, QZ(X) = U, QZ(X) = P.

QZ korešponduje s **deriváciou,** je jej abstrakciou.

V nadväzujúcom texte časovú deriváciu premennej **X** namiesto štandardného **dX/dt** zapisujeme v zjednodušenom tvare **dX**. Symbol **[dX]** je označením pre kvalitatívnu hodnotu tejto derivácie. Uplatnením týchto symbolov zapíšeme dobre známe a aj pre Q-modely očakávateľn väzby

[dX] = K ⇔ QZ(X) = S
[dX] = N ⇔ QZ(X) = U
[dX] = Z ⇔ QZ(X) = P

(Symbol ⇔ zodpovedá výroku *"vtedy a len vtedy"*.)

Stav systému

Opis dynamického systému, teda jeho **stav,**
je v každom časovom okamihu
definovaný stavom všetkých jeho premenných.
Stav premennej v danom časovom okamihu je určený dvojicou
[HODNOTA; ZMENA HODNOTY]

Hodnota prvého prvku dvojice je z oboru {**Z**, **N**, **K**} a druhého z oboru {**P**, **U**, **S**}. V prípade, že sa v opise namiesto **QZ(X)** uplatňuje ekvivalentné **[dX]**, teda vlastne signum derivácie **sgn(dX),** hodnota druhého prvku je tiež z oboru {**Z**, **N**, **K**}.

8.2 *Algebra na trojhodnotovom priestore kvalitatívnych hodnôt*

V tomto článku najprv definujeme aritmetické operátory nad kvalitatívnymi hodnotami v trojhodnotovom priestore (**Z, N, K**). Následne sú uvedené všetky ďaľšie nami uvažované typy väzieb medzi kvalitatívnymi premennými, vrátane funkčných. Napokon záver je venovaný pravidlám pre zjednodušovanie väzieb kvalitatívnych premenných.

8.2.1 *Základné aritmetické operácie*

X+Y			
X | Y	**Z**	**N**	**K**
Z	**Z**	**Z**	**?**
N	**Z**	**N**	**K**
K	**?**	**K**	**K**

X-Y			
X | Y	**Z**	**N**	**K**
Z	**?**	**Z**	**Z**
N	**K**	**N**	**Z**
K	**K**	**K**	**?**

X*Y			
X | Y	**Z**	**Z**	**K**
Z	**K**	**N**	**Z**
N	**N**	**N**	**N**
K	**Z**	**N**	**K**

X/Y			
X | Y	**Z**	**N**	**K**
Z	**K**	*	**Z**
N	**N**	*	**N**
K	**Z**	*	**K**

QZ(X) + QZ(Y)			
X | Y	**P**	**U**	**S**
P	**P**	**P**	**?**
U	**P**	**U**	**S**
S	**?**	**S**	**S**

QZ(X) - QZ(Y)			
X | Y	**P**	**U**	**S**
P	**?**	**P**	**P**
U	**S**	**U**	**P**
S	**S**	**S**	**?**

QZ(X*Y)			
X | Y	**P**	**U**	**P**
P	**P**	**P**	**?**
U	**P**	**U**	**S**
P	**?**	**S**	**S**

QZ(X/Y)			
X | Y	**P**	**U**	**S**
P	**?**	**P**	**P**
U	**S**	**U**	**P**
S	**S**	**S**	**?**

Poznámka: Tieto vzťahy platia pre X>0 a Y>0

sgn(dX)+sgn(dY)			
dX | dY	**Z**	**N**	**K**
Z	**Z**	**Z**	**?**
N	**Z**	**N**	**K**
K	**?**	**K**	**K**

sgn(dX)-sgn(dY)			
dX | dY	**Z**	**N**	**K**
Z	**?**	**Z**	**Z**
N	**K**	**N**	**Z**
K	**K**	**K**	**?**

sgn[d(X*Y)]			
dX | dY	**Z**	**N**	**K**
Z	**Z**	**Z**	**?**
N	**Z**	**N**	**K**
K	**?**	**K**	**K**

sgn[d(X/Y)]			
dX | dY	**Z**	**N**	**K**
Z	**?**	**Z**	**Z**
N	**K**	**N**	**Z**
K	**K**	**K**	**?**

Význam použitých symbolov v tabuľkách:

☞ * ☜ - je vyjadrením nedefinovanosti príslušnej operácie,

☞ **?** ☜ - je symbolom **nedeterminizmu**, ktorý je dôsledkom straty informácií pri nahradení kvantitatívnych hodnôt kvalitatívnymi.

Nedeterminizmy

Dôsledok nedeterminizmu:

⇨ **Vznik nedeterminizmu pri kvalitatívnej simulácii implikuje nevyhnutnosť rátať s možnosťou všetkých troch zodpovedajúcich kvalitatívnych hodnôt, čo však vedie k vetveniu procesu správania sa systému do troch prípustných alternatív.**

⇨ **Súčasný výskyt mnohých vetviacich miest v modeli môže spôsobiť neprijateľný nárast pamäťovej aj výpočtovej zložitosti.**

(O jednom type ošetrenia situácie s narastajúcou výpočtovou zložitosťou sa pojednáva v článku 8.2.6).

8.2.2 *Aritmetické väzby*

V Q-modeli, tak ako aj v analytických modeloch, premenné vystupujú v rovniciach a nerovnostiach. **Tým sa hodnoty premenných z rovnice/nerovnosti stávajú vzájomne závislé:** ZACHOVANIE PLATNOSTI ROVNICE/NEROVNOSTI VYTVÁRA ***VZÁJOMNU VÄZBU V NEJ VYSTUPUJÚCICH PREMENNÝCH***.

Z toho vyplývajúce dôsledky tvoria základňu odvodzovania časovo nadväzujúcich stavov Q-modelu.

Majme generickú rovnicu typu

Aritmetické väzby

$$\mathbf{X} \odot \mathbf{Y} = \mathbf{Z},$$

kde znak ⊙ nahradzuje operátory **súčtu, rozdielu, súčinu a podielu**, ktoré viažu kvalitatívne premenné. Rovnice uvedeného typu umožňujú v závislosti na konkrétnom operátore odvodiť

☞ z hodnôt dvoch premenných vystupujúcich v rovnici hodnotu zvyšnej premennej,

☞ zo zmeny hodnôt dvoch premenných vystupujúcich v rovnici zmenu hodnoty zvyšnej premennej.

Nech $\mathbf{X_1}$ a $\mathbf{X_2}$, $\mathbf{Y_1}$ a $\mathbf{Y_2}$, $\mathbf{Z_1}$ a $\mathbf{Z_2}$ sú kvalitatívne hodnoty premenných **X**, **Y** a **Z** v **dvoch po sebe idúcich časových okamihoch**. Potom nahradenie generického operátora ⊙ niektorou z vyššie uvedených operátorov vedie k **odvodzovaniu** (často sa tiež hovorí k **šíreniu**, resp. **propagovaniu**) tretej hodnoty z dvoch známych. Napr. pre súčet a súčin podľa nasledujúcich závislostí

$X_1 = X_2 \ \& \ Y_1 = Y_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2$	$X_1 = X_2 \ \& \ Z_1 = Z_2 \Rightarrow Y_1 = Y_2$
$X_1 = X_2 \ \& \ Y_1 > Y_2 \Rightarrow Z_1 > Z_2$	$X_1 = X_2 \ \& \ Z_1 > Z_2 \Rightarrow Y_1 > Y_2$
$X_1 = X_2 \ \& \ Y_1 < Y_2 \Rightarrow Z_1 < Z_2$	$X_1 = X_2 \ \& \ Z_1 < Z_2 \Rightarrow Y_1 < Y_2$
$X_1 > X_2 \ \& \ Y_1 = Y_2 \Rightarrow Z_1 > Z_2$	$X_1 > X_2 \ \& \ Z_1 = Z_2 \Rightarrow Y_1 < Y_2$
$X_1 > X_2 \ \& \ Y_1 > Y_2 \Rightarrow Z_1 > Z_2$	$X_1 > X_2 \ \& \ Z_1 < Z_2 \Rightarrow Y_1 < Y_2$
$X_1 < X_2 \ \& \ Y_1 = Y_2 \Rightarrow Z_1 < Z_2$	$X_1 < X_2 \ \& \ Z_1 = Z_2 \Rightarrow Y_1 > Y_2$
$X_1 < X_2 \ \& \ Y_1 < Y_2 \Rightarrow Z_1 < Z_2$	$X_1 < X_2 \ \& \ Z_1 > Z_2 \Rightarrow Y_1 > Y_2$

Nedefinovanosť hodnôt

V prípade, že z hodnôt, ktoré sú podkladom propagovania, jedna hodnota rastie a druhá klesá, kvalitatívna hodnota, ktorá sa má propagovať nie je definovaná. Aj to je prípad, keď sa stáva nevyhnutným v nadväzujúcich krokoch odvodzovania rátať so všetkými tromi možnými alternatívnymi variantami.

Nasledujúca tabuľka ukazuje vyplyv aritmetických väzieb na propagovanie kvalitatívnych hodnôt.

väzba operátorom súčtu	väzba operátorom súčinu
$\mathbf{X = 0 \Leftrightarrow Y = Z}$ $\mathbf{Y = 0 \Leftrightarrow X = Z}$ $\mathbf{X \rangle 0 \Leftrightarrow Y \langle Z}$ $\mathbf{X \langle 0 \Leftrightarrow Y \rangle Z}$ $\mathbf{Y \rangle 0 \Leftrightarrow X \langle Z}$ $\mathbf{Y \langle 0 \Leftrightarrow X \rangle Z}$	$\mathbf{X = 0 \Rightarrow Z = 0}$ $\mathbf{Y = 0 \Rightarrow Z = 0}$ $\mathbf{X \rangle 0\ \&\ Y \rangle 0 \Rightarrow Z \rangle 0}$ $\mathbf{X \langle 0\ \&\ Y \langle 0 \Rightarrow Z \rangle 0}$ $\mathbf{X \rangle 0\ \&\ Y \langle 0 \Rightarrow Z \langle 0}$ $\mathbf{X \langle 0\ \&\ Y \rangle 0 \Rightarrow Z \langle 0}$ $\mathbf{X \rangle 0\ \&\ Z \rangle 0 \Rightarrow Y \rangle 0}$ $\mathbf{X \langle 0\ \&\ Z \langle 0 \Rightarrow Y \rangle 0}$ $\mathbf{X \rangle 0\ \&\ Z \langle 0 \Rightarrow Y \langle 0}$ $\mathbf{X \langle 0\ \&\ Z \rangle 0 \Rightarrow Y \langle 0}$

8.2.3 *Funkčné závislosti/väzby*

Abstrakcia analytických funkčných závislostí intervalovými monotónnymi funkciami

ANALYTICKY VYJADRENÉ LINEÁRNE AJ NELINEÁRNE FUNKČNÉ ZÁVISLOSTI, ako napr.

$$\mathbf{Y = 3X + 5,\quad Y = -5X,\quad Y = 10/X,\quad Y = X^2,\quad Y = e^X,\quad Y = \cos(X)},$$

SA V Q-MODELOCH ABSTRAHUJÚ (NAHRADZUJÚ) INTERVALOVO MONOTÓNNE RASTÚCOU ALEBO KLESAJÚCOU FUNKCIOU.

Korešpondujúcu monotónnu funkciu v Q-modeli symbolovo značíme **M**. Jej všeobecný tvar je

$$\mathbf{Y = M^{[+,-]}_{[z1,z2,...]}(X)},$$

pričom
"**+**" v exponente vyjadruje monotónny rast kvalitatívnej hodnoty **Y**
"**-**" v exponente vyjadruje monotónne klesanie kvalitatívnej hodnoty **Y**
pri náraste kvalitatívnej hodnoty **X**,
z1, z2, ... zastupujú konkrétne (kvantitatívne alebo kvalitatívne) hodnoty, pre ktoré je **presne známa** (fixovaná, fixovateľná) **daná závislosť**, t.j. bolo by ju možné písať aj bez symbolu **M**.

Napríklad analytickú väzbu

$$\mathbf{Y = \cos(X)}$$

vyjadríme v Q-modeli väzbou

$\mathbf{Y = M^{-}_{[(0,1),(90,0),(180,-1)]}(X)}$, resp. $\mathbf{Y = M^{+}_{[(180,-1),(270,0),(360,1)]}(X)}$.

Pre kvalitatívne premenné viazané monotónnou funkciou vo všeobecnosti platí (v špecifických funkciách je pre fixovateľné hodnoty možné zodpovedajúcim spôsobom nasledujúce tabuľky či vzťahy rozšíriť):

Y=M⁺(X)	
QZ(X)	**QZ(Y)**
P	**P**
U	**U**
S	**S**

Y=M⁻(X)	
QZ(X)	**QZ(Y)**
P	**S**
U	**U**
S	**P**

sgn(dX)	sgn(dY)
Z	**Z**
N	**N**
K	**K**

sgn(dX)	sgn(dY)
Z	**K**
N	**N**
K	**Z**

Pre propagovanie kvalitatívnych hodnôt v prípade kvalitatívnej väzby $\mathbf{Y = M^{+}_{[0.0]}(X)}$ platí:

$$X > 0 \Leftrightarrow Y > 0$$
$$X = 0 \Leftrightarrow Y = 0$$
$$X < 0 \Leftrightarrow Y < 0$$

Pre premenné **X** a **Y**, ktorých hodnoty sa v dvoch po sebe nasledujúcich časových okamihoch menia z $\mathbf{X_1}$ na $\mathbf{X_2}$, resp. z $\mathbf{Y_1}$ na $\mathbf{Y_2}$ platí

M^+	M^-
$X_1 > X_2 \Leftrightarrow Y_1 > Y_2$ $X_1 = X_2 \Leftrightarrow Y_1 = Y_2$ $X_1 < X_2 \Leftrightarrow Y_1 < Y_2$	$X_1 > X_2 \Leftrightarrow Y_1 < Y_2$ $X_1 = X_2 \Leftrightarrow Y_1 = Y_2$ $X_1 < X_2 \Leftrightarrow Y_1 > Y_2$

8.2.4 *Derivačné väzby medzi kvalitatívnymi premennými*

Kvalitatívna symbolová derivácia

Dynamika správania systému je určená kvalitatívnymi diferenciálnymi rovnicami. Medzi kvalitatívnou a klasickou diferenciálnou rovnicou je jednoznačne definovateľný vzťah. Prirodzene aj pre kvalitatívne diferenciálne rovnice platí, že každá premenná musí byť spojite derivovateľná.

Pre **Y = dX,** v závislosti na kvalitatívnej hodnote **X**, platí

$$QZ(X) = S \Leftrightarrow [dX] = K$$
$$QZ(X) = U \Leftrightarrow [dX] = N$$
$$QZ(X) = P \Leftrightarrow [dX] = Z$$

Pre zmeny kvalitatívnych hodnôt **[X]** sa zvyčajne uplatňujú nasledujúce pravidlá

$\mathbf{QZ(X_1) = U \;\&\; QZ(X_2) = U \;\Rightarrow\; X_2 = X_1}$
$\mathbf{QZ(X_1) = U \;\&\; QZ(X_2) = S \;\Rightarrow\; X_2 > X_1}$
$\mathbf{QZ(X_1) = U \;\&\; QZ(X_2) = P \;\Rightarrow\; X_2 < X_1}$

V prípade systémov schopných oscilácií stretávame sa s diferenciálnymi rovnicami typu

$\mathbf{d^2X = M^-_{[0,0]}(X)}$,

ktoré sa dá ekvivalentne vyjadriť v podobe systému rovníc

(a) $\mathbf{dX = V}$
(b) $\mathbf{dV = A}$
(c) $\mathbf{A = M^-_{[0,0]}(X)}$

8.2.5 *Väzby nerovnosťami*

V Q-modeloch, obdobne ako v analytických, často väzby kvalitatívnych premenných vyjadrené v tvare nerovnosti uplatňujú v úlohe **prepínača.** Jedná sa o zisťovanie či kvalitatívne hodnoty premenných vyhovujú väzbe typu

$\mathbf{X \odot Y}$,

Nerovnosti v úlohe prepínačov

kde symbol $\odot$ zastupuje ľubovoľný z relačných operátorov **<**, $\leq$, **=**, $\neq$, $\geq$, **>**. Výsledkom testovania platnosti takejto väzby je booleovská (propozičná) hodnota.

V prípade podmienky (reprezentovanou nerovnosťou)

$\mathbf{X > Y}$,

v závislosti na hodnote premenných a požadovanom vzťahu medzi nimi nastávajú, ako očakávame, nasledovné situácie

[X] > [Y] $\Leftrightarrow$ **podmienka = splnená**
[X] = [Y] $\Rightarrow$ **podmienka = nesplnená**
[X] < [Y] $\Rightarrow$ **podmienka = nesplnená**

Malo by byť zrejmé, že relácia v prvom z uvedených vzťahov je symetrická.

8.2.6 *Zjednodušovanie väzieb - štrukturálne operácie*

Potreba zjednodušovania modelov

Často je výhodné, prípadne aj nevyhnutné, zjednodušovať (abstrahovať jestvujúci) Q-model. Taká požiadavka vzniká najmä vtedy, keď je výhodné/nevyhnutné

- PROBLÉM RIEŠIŤ HIERARCHICKY: **najprv sa problém vyrieši zhruba, t.j. iba v princípe pri zanedbaní detailov, a následne sa vy-hovujúce hrubšie riešenia zjemňujú (detailizujú),**
- ZNIŽOVAŤ VÝPOČTOVÚ (ODVODZOVACIU) ZLOŽITOSŤ VYPLÝVAJÚCU Z NEDETERMINIZMOV RIEŠIACEHO POSTUPU: **zjednodušovanie znižuje (niekedy vý-**

razne) počet väzieb v modeli a tým aj počet kvalitatívnych operácií potenciálne vedúcich k nedeterminizmom; znižuje sa tak rozsah zodpovedajúcich paralelných odvodzovacích postupností.

Keď sa pri hierarchickom riešení identifikuje na abstraktnejšej (hrubšej) úrovni

- vyhovujúca štruktúra modelu

a/alebo

- štruktúre modelu zodpovedajúce chovanie modelu, ktoré je v súlade buď s realitou alebo zvolenými kritériami,

nasleduje detailizácia vyhovujúcej štruktúry modelu. Teda nadväzujúce procesy riešenia sa už uskutočňujú *v ohraničenom stavovom priestore možného správania systému*. Výrazne sa tak redukuje pôvodný počet alternatívnych (nedeterministických) smerov odvodzovania.

Pri zjednodušovaní Q-modelu sa uplatňujú nasledujúce štrukturálne operácie:

Operácie zjednodušovania

Aritmetické väzby s jednou konštantou

$$\mathbf{X + Y = Z \ \& \ konst(Y) \Rightarrow Z = M^{+}(X)}$$
$$\mathbf{X + Y = Z \ \& \ konst(Z) \Rightarrow Y = M^{-}(X)}$$
$$\mathbf{X * Y = Z \ \& \ [Y]{=}K \ \& \ konst(Y) \Rightarrow Z = M^{+}_{0,0}(X)}$$
$$\mathbf{X * Y = Z \ \& \ [Z]{=}K \ \& \ konst(Y) \Rightarrow Y = M^{-}(X)}$$

(analogicky pre rozdiel a podiel)

Kompozícia funkčných väzieb

$$\mathbf{Y = M^{+}(M^{+}(X)) \Rightarrow Y = M^{+}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{+}(M^{-}(X)) \Rightarrow Y = M^{-}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{-}(M^{+}(X)) \Rightarrow Y = M^{-}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{-}(M^{-}(X)) \Rightarrow Y = M^{+}(X)}$$

$$\mathbf{Y = M^{+}_{z}(M^{+}_{z}(X)) \Rightarrow Y = M^{+}_{z}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{+}_{z}(M^{-}_{z}(X)) \Rightarrow Y = M^{-}_{z}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{-}_{z}(M^{+}_{z}(X)) \Rightarrow Y = M^{-}_{z}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{-}_{z}(M^{-}_{z}(X)) \Rightarrow Y = M^{+}_{z}(X)}$$

Sumácia funkčných väzieb s rovnakým účinkom

$$\mathbf{Y = M^{+}(X) + M^{+}(X) \Rightarrow Y = M^{+}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{-}(X) + M^{-}(X) \Rightarrow Y = M^{-}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{+}(X) - M^{-}(X) \Rightarrow Y = M^{+}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{-}(X) - M^{+}(X) \Rightarrow Y = M^{-}(X)}$$

$$\mathbf{Y = M^{+}_{z}(X) + M^{+}_{z}(X) \Rightarrow Y = M^{+}_{z}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{-}_{z}(X) + M^{-}_{z}(X) \Rightarrow Y = M^{-}_{z}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{+}_{z}(X) - M^{-}_{z}(X) \Rightarrow Y = M^{+}_{z}(X)}$$
$$\mathbf{Y = M^{-}_{z}(X) - M^{+}_{z}(X) \Rightarrow Y = M^{-}_{z}(X)}$$

Poznámka: V uvedených závislostiach symbol **z** v indexe nahradzuje **[0,0]**, t.j. je indikáciou toho, že príslušná funkčná závislosť prechádza počiatkom súradnicového systému tvoreného premennými **X,Y**.

8.3 Kvalitatívna simulácia

Q-modely sú teda tvorené sústavou rovníc a nerovností, v ktorých premenné nadobúdajú kvalitatívne hodnoty zastupujúce hodnoty z oboru reálnych čísiel. Tieto rovnice a nerovnosti vzájomne viažu v čase sa meniace kvalitatívne hodnoty v nich vystupujúcich premenných. Podstata simulačných procesov spočíva v odvodzovaní hodnôt takto vzájomne viazaných premených v dôsledku počiatočnej zmeny hodnoty niektorej alebo niektoryc z nich. Odvodzovanie hodnôt spočíva v uplatňovaní základných operácií nad **kvalitatívnymi premennými, funkciami a funkčnými väzbami,** ktoré boli uvedené v predchádzajúcich článkoch.

Simulácia – odvodzovanie opisov premenných

Nadväzujúca téma sa teda týka odvodzovania správania systému, ktoré je reprezentované zmenami kvalitatívnych hodnôt premenných Q-modelu. Predmetom záujmu je pritom spravidla zisťovanie vplyvov rôznych okolností na možné správanie systému.

Správanie systému definujeme ako zmeny jeho stavov v čase:

Stav systému

STAV $s(t_i)$ SYSTÉMU V ČASOVOM OKAMIHU t_i JE DANÝ OPISOM HODNÔT VŠETKÝCH JEHO PREMENNÝCH V TOMTO OKAMIHU

Postupnosť stavov vyjadrených **konečnou množinou opisov kvalitatívne sa líšiacich stavov** v po sebe nasledujúcich časových okamihoch reprezentuje správanie systému. **Priestor možného správania sa systému je vymedzený grafom stavov***:*

- **vrcholy zodpovedajú prípustným kvalitatívnym stavom systému,**
- **hrany viažu dvojice vrcholov zodpovedajúce stavom, medzi ktorými jestvuje prípustný prechod**.

Konkrétne správanie systému je v takom grafe určený **cestou,** t.j. **postupnosťou konzekutívnych kvalitatívnych stavov**:

Správanie systému

$\mathbf{s(t_0), s(t_0,t_1), s(t_1), s(t_1,t_2), s(t_2), ..., s(t_n)}$.

Ako to vyplýva z povahy algebry trojhodnotového priestoru kvalitatívnych hodnôt, operácie s nimi frekventovane vedú k nedeterminizmom. Každý z nich spôsobuje v postupnosti kvalitatívnych stavov **TROJCESTNÉ VETVENIE** *(pre "K","N","Z").* Vzniká tým potenciá exponenciálne sa vetviaceho grafu uvažovateľných správaní systému. Ich počet je daný počtom nedeterminizmov **k** implikujúcich všetky možné cesty v grafe stavov a trých je $\mathbf{3^k}$.

V kontexte kvalitatívnej simulácie ponímanie **ČASU** má nasledujúcu podobu:

Q-simulácia a čas

- **ČASOVÉ KONTINUUM SA NAHRADZUJE DISKRÉTNYMI ČASOVÝMI OKAMIHMI - ČASOVÝMI BODMI.**
- **ČASOVÉ BODY (OKAMIHY) ZODPOVEDAJÚ ODLIŠNÝM KVALITATÍVNYM STAVOM SYSTÉMU.**
- **ODLIŠNÉ KVALITATÍVNE STAVY VZNIKAJÚ V NEPRAVIDELNÝCH ČASOVÝCH INTERVALOCH, T.J. VZÁJOMNÝ ODSTUP ČASOVÝCH BODOV ZODPOVEDAJÚCICH ZMENÁM STAVU SYSTÉMU NIE JE EKVIDISTANTNÝ.**

Dá sa to ilustrovať na príklade >kolmý vrh nahor< (dobre známy zo stredoškolskej fyziky):

Kvalitatívne simulovanie rozlišuje 3 diskrétne časové body:
(1) okamih vrhu, (2) okamih dosiahnutia maximálnej výšky, (3) okamih dopadu.

Medzi prvým a druhým časovým bodom prebieha časový interval stúpania a medzi druhým a tretím časovým bodom prebieha interval padania. Počas oboch týchto intervalov kvalitatívne hodnoty sledovaných premenných sa nemenia: najprv je výška kladná a stúpajúca, potom je výška kladná a klesajúca (padajúca). Oba intervaly sa dajú vlastne považovať za ďalšie diskrétne časové body, v ktorých sa z hľadiska Q-simulácie nič nemení.

V Q-simulácii sa postupnosť jednotlivých vzájomne odlišných kvalitatívnych stavov viaže k **VYZNAČENÝM KVALITATÍVNYM HODNOTÁM.** Takými sú napríklad

Vyznačené hodnoty

- **nulová hodnota premennej,**
- **rovnosť hodnôt aspoň dvoch premenných,**
- **maximálne/minimálne hodnoty premenných,**
- **maximálne, minimálne, nulové hodnoty funkcie.**

Všeobecnú hovoríme

> **VYZNAČENÉ HODNOTY V Q-SIMULÁCII SÚ TIE, PRI KTORÝCH DOCHÁDZA K ZMENE OPISU KVALITATÍVNEJ HODNOTY PREMENNEJ - V INTERVALOCH OHRANIČENÝCH VYZNAČENÝMI HODNOTAMI SA OPISY NEMENIA.**

Proces Q-simulácie spočíva na dvoch komplementárnych procedúrach:

Propagačný cyklus

☞ **PROCEDÚRA PROPAGOVANIA (propagačný cyklus)**:

- **APLIKUJE SA NA AKTUÁLNY STAV SYSTÉMU $s(t_i)$ URČENÝ OPISMI VZÁJOMNE VIAZANÝCH PREMENNÝCH VÄZBAMI V SÚSTAVE ROVNÍC/NEROVNOSTÍ, KTORÝMI JE DEFINOVANÝ Q-MODEL. Prvá aplikácia procedúry sa vzťahuje na počiatočný stav, ktorý je daný vstupným opisom hodnôt premenných modelu.**
- **NA ZÁKLADE ZNÁMYCH HODNÔT (OPISOV) PREMENNÝCH ODVODZUJE VŠETKY ODVODITEĽNÉ KVALITATÍVNE HODNOTY TÝCH PREMENNÝCH, PRE KTORÉ V DANOM ČASOVOM OKAMIHU OPIS EŠTE NIE JE ZNÁMY.**
- **VYÚSŤUJE DO NOVÉHO AKTUÁLNEHO STAVU $s(t_{i+1})$, KTORÝ SA STÁVA DEFINOVANÝM VTEDY, KEĎ PRE VŠETKY PREMENNÉ Q-MODELU SÚ ZNÁME ICH OPISY, T.J. HODNOTY A SMER ICH ZMENY.**

Predikčný cyklus

☞ **PROCEDÚRA PREDIKCIE (predikčný cyklus)**:

- **NA ZÁKLADE VYHODNOCOVANIA "KONFIGURÁCIÍ" MENIACICH SA HODNÔT PREMENNÝCH MODELU SA VYBERAJÚ SĽUBNÉ (TEDA VHODNÉ) NÁSLEDNE KVALITATÍVNE ODLIŠNÉ STAVY SYSTÉMU, T.J. TAKÉ, KTORÉ BY PROPAGAČNÝ CYKLUS POTENCIÁLNE MOHOL ODVODIŤ. IDE VLASTNE O VÝBER TAKÉHO NÁSLEDNÉHO ČASOVÉHO OKAMIHU, KTORÝ UMOŽNÍ VYTVORIŤ URČITÝ ZÁVER O SPRÁVANÍ SA SYSTÉMU.**
- **VÝBER SA USKUTOČŇUJE NA ZÁKLADE PREDIKČNÝCH PRAVIDIEL. NAJJEDNODUCHŠIE Z NICH SA UPLATŇUJÚ PRI ZOHĽADŇOVANÍ DVOCH PREMENNÝCH VO VZŤAHU K NASLEDUJÚCEJ VYZNAČENEJ HODNOTE.**

Pravidlá propagácie sa situačne uplatňujú nad väzbami viažucimi premenné v opise štruktúry systému (sústava rovníc a nerovností). Uplatňujú sa pri šírení (propagovaní) hodnôt premenných do ich opisov v *aktuálnych časových bodoch*. Sú to nasledujúce pravidlá:

Pravidlá propagovania

1) **PRAVIDLO LOKÁLNEHO PROPAGOVANIA: Ak v danej vzťahu (rovnici, nerovnosti) je možné na základe známych hodnôt premenných odvodiť ešte pre daný časový okamih neznámu hodnotu premennej, tak sa táto hodnota odvodí.**

2) **PRAVIDLO VYTVORENIA VYZNAČENEJ HODNOTY: Ak pre hodnotu premennej X platí QZ(X)=U, tak zodpovedajúca qvalitatívna hodnota tejto premennej [X] sa stane VYZNAČENOU hodnotou**.

3) **PRAVIDLO KOREŠPONDENCIE: Ak v danom časovom bode má niekoľko premenných hodnotu rovnú VYZNAČENEJ, tak sa vytvára KOREŠPONDENCIA: zoznam všetkých dvojíc premenných vzájomne bezprostredne alebo sprostredkovane viazaných monotónnou funkciou, ktorých hodnota je práve VYZNAČENÁ.**

4) **PRAVIDLO KONTRADIKCIE: Ak pravidlo propagovania odvodí kontradikciu, tak sa odstráni vetva obsahujúca hodnotu, ktorá ju spôsobila. Ak sa jedná o cestu bez vetvenia (hlavnú vetvu), tak je chybný počiatočný opis štruktúry systému.**

5) **PRAVIDLO VETVENIA: Ak hodnota QZ(X) v danom časovom bode nie je známa, tak sa vzhľadom na predikovanie uvažujú všetky tri možné alternatívy QZ(X)=S, QZ(X)=U, QZ(X)=P.**

Pravidlá predikovania

Predikčné pravidlá

- **sa aplikujú len na meniace hodnoty premenných,**
- **sa aplikujú na práve aktuálny kvalitatívny stav systému,**
- **slúžia na výber bezprostredne nasledujúceho stavu, resp. možných nasledujúcich stavov**.

Opisy ostatných premenných sú pri uplatňovaní pravidiel predikcie považované za ustálené, konštantné.

Vzhľadom na nasledujúcu charakteristickú hodnotu sú to pravidlá:

Základné prncípy

- **POHYB Z VYZNAČENEJ HODNOTY: Ak aktuálna hodnota premennej zodpovedá vyznačenej, tak nech nasledujúca hodnota vznikne v smere zmeny (QZ) od opúšťanej do najbližšej vyznačenej hodnoty.**
- **POHYB K LIMITU: Ak aktuálna hodnota premennej nie je vyznačenou a jestvuje vyznačená hodnota v smere zmeny kvalitatívnej hodnoty, tak nech sa v ďalšom časovom bode hodnota premennej rovná tejto vyznačenej hodnote.**
- **VZÁJOMNÉ PRIBLIŽOVANIE SA HODNÔT (KOLÍZIA, ROVNOSŤ):**

Ak sa vzájomne približujú dve hodnoty premenných, ktoré nie sú hodnotami vyznačenými a medzi nimi žiadna z premenných nemá vyznačenú hodnotu, tak nech sa v ďalšom hodnoty oboch premenných navzájom rovnajú a tvoria vyznačenú hodnotu; nech čas, v ktorom k tomu dochádza, tvorí časový bod.

Generické symboly

Konkrétna realizácia výpočtových procesov zodpovedajúcich pravidlám predikcie vyžaduje ich podrobnejší rozbor. Vychádzajúc z prác Kuipersa uvádzame v nasledujúcom princípy týchto pravidiel. Najprv však zavedieme potrebnú symboliku:

- veľké písmená zo začiatku abecedy **A,B,C,** ..., **A',B',C'**, ... sú symbolmi líšiacich sa kvalitatívnych hodnôt kvalitatívnych premenných, symbolmi $\mathbf{A^+,B^+,C^+}$, ..., resp. $\mathbf{A^*,B^*,C^*}$, ... symbolizujú korešpondujúce a vzájomne sa líšiace **vyznačené** hodnoty,
- výrazy typu **[A,S], [A',P], [B',S], [B,P], [C,U]** sú opismi premenných, v ktorých prvý z dvojice zodpovedá kvalitatívnej hodnote premennej a druhý kvalitatívnej zmene (**QZ**) tejto hodnoty, teda jednému zo znakov **S,U,P**.
- zápis typu **{výraz}** $\Rightarrow$ **{výraz}** je symbolovým vyjadrením pravidla predikcie. Pravidlá predikcie sa člena podľa počtu premenných s meniacou sa hodnotou.

Ak sa hodnota žiadnej premennej nemení, tak nejestvuje nový nasledujúci stav - dosiahol sa koncový stav simulácie.

Pravidlá pre jednu premennú

1. **Pravidlá týkajúce sa zmeny hodnoty iba jedinej premennej:**

1.1 Ak sa hodnota premennej rovná vyznačenej hodnote A^* a jej zmena znamená pohyb z tejto hodnoty smerom k vyznačenej hodnote A^+ takej, že $A^*<A^+$, tak
{[A,S]&(A=A^*)} $\Rightarrow$ {(A^*<A')}

1.2 Ak hodnota A rastie a mení sa na hodnotu A' pričom smeruje k vyznačenej hodnote (pohyb do limitu) A^*, tak sa uplatní pravidlo
{[A,S]&(A<A^*)} $\Rightarrow$ {(A'=A^*)}

1.3 Ak hodnota premennej nesmeruje k vyznačenej hodnote (nasledujúci stav má rovnaký opis), tak platí
{[A,S]} $\Rightarrow$ {(A<A')}

Pravidlá pre dve premenné

2. **Pravidlá týkajúce sa zmeny hodnoty dvoch premenných:**

2.1 Ak sa obe hodnoty rovnajú vyznačenným hodnotám, tak
{[A,S]&(A=A^*)&[B,S]&(B=B^*)} $\Rightarrow$ {(A^*<A')&(B^*<B')}

2.2 Ak sa jedna hodnota rovná vyznačenej hodnote, tak
{[A,S]&(A=A^*)&[B,S]} $\Rightarrow$ {(A^*<A')&(B<B')}

2.3 Ak obe hodnoty sú rôzne od vyznačených hodnôt, tak

2.3.1 ak A a B sú v rôznych jednotkách, tak sú neporovnateľné, inak

2.3.1.1 ak ani jedna hodnota nedosahuje význačnú hodhotu, tak

$\{[A,S]\&[B,S]\} \Rightarrow \{(A<A')\&(B<B')\}$

2.3.1.2 ak jedna hodnota smeruje do význačnelj hodhoty, tak

$\{[A,S]\&(A<A^*)\&[B,S]\}\Rightarrow\{(A=A^*)\&(B<B')\}$

2.3.1.3 ak obe hodnoty smerujú do limitu (nedeterministický pohyb), tak

buď

$\{[A,S]\&(A<A^*)\&[B,S]\&[B<B^*]\}\Rightarrow\{(A'=A^*)\&(B'=B^*)\}$

alebo

$\{[A,S]\&(A<A^*)\&[B,S]\&[B<B^*]\}\Rightarrow\{(A'=A^*)\&(B<B'<B^*)\}$

alebo

$\{[A,S]\&(A<A^*)\&[B,S]\&[B<B^*]\}\Rightarrow\{(A<A'<A^*)\&(B'=B^*)\}$

2.3.2 ak A,B sú rôzne, tak

2.3.2.1 ak hodnoty oboch premenných sa pohybujú tým istým smerom, tak

(a) ak hodnoty premenných nemajú limity, tak

buď

$\{(A<B)\&[A,S]\&[B,S]\} \Rightarrow \{(A'=B')\}$

alebo

$\{(A<B)\&[A,S]\&[B,S]\} \Rightarrow \{(A'<B')\}$

(b) ak hodnoty premenných majú rovnaký limit, tak

buď

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A<B<L^*)\}]\Rightarrow \{(A'<B')\&(B'=L^*)\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A<B<L^*)\}]\Rightarrow \{(A'=B'=L^*)\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A<B<L^*)\}]\Rightarrow \{(A'=B')\&(B'<L^*)\}$

(c) ak hodnoty premenných majú medzi sebou jednu vy-značenú (limitnú) hodnotu, tak

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A<A^*<B)\} \Rightarrow \{(A'=A^*)\&(A^*<B<B')\}$

(d) ak premenné majú dva rôzne limitné hodnoty, tak

buď

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A<A^*<B<B^*)\}\Rightarrow$
$\Rightarrow \{(A'=A^*)\&(A^*<B')\&(B'=B^*)\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A<A^*<B<B^*)\}\Rightarrow \{(A'=A^*)\&(A^*<B<B'<B^*)\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A<A^*<B<B^*)\}\Rightarrow \{(A<A'<A^*<B^*)\&(B'=B^*)\}$

2.3.2.2 ak sa hodnoty premenných pohybujú smerom k sebe, tak

(a) ak nie sú medzi nimi žiadne limity, tak

$\{[A,S]\&[B,P]\&(A<B)\} \Rightarrow \{(A^*=B^*)\}$

(b) ak je medzi nimi jeden limitný bod, tak

buď

$\{[A,S]\&[B,P]\&(A<A^*<B)\} \Rightarrow \{(A'=L^*=B')\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,P]\&(A<A^*<B)\} \Rightarrow \{(A'=L^*)\&(L^*<B')\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,P]\&(A<A^*<B)\} \Rightarrow \{(A'<L^*<B')\}$

(c) ak sú medzi nimi dva limitné body, tak

buď

$\{[A,S]\&[B,P]\&(A<A^*<B^*<B)\}\Rightarrow\{(A'=A^*)\&(A^*<B^*)\&(B^*=B')\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,P]\&(A<A^*<B^*<B)\} \Rightarrow \{(A'=A^*)\&(A^*<B^*<B')\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,P]\&(A<A^*<B^*<B)\} \Rightarrow \{(A'<A^*<B^*)\&(B^*=B')\}$

2.3.2.3 ak sa hodnoty premenných vzďaklujú od seba, tak

(a) ak na žiadnej strane niet limitného bodu, tak

$\{[A,P]\&[B,S]\&(A<B)\} \Rightarrow \{(A'<A<B<B')\}$

(b) ak na jednej strane je jeden limitný bod, tak

$\{[A,P]\&[B,S]\&(A^*<A<B)\} \Rightarrow \{(A'=A^*)\&(A'<B')\}$

(c) ak na oboch stranách sú limitné body, tak

buď

$\{[A,P]\&[B,S]\&(A^*<A<B<B^*)\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \{(A'=A^*)\&(A'<B')\&(B'=B^*)\}$

alebo

$\{[A,P]\&[B,S]\&(A^*<A<B<B^*)\} \Rightarrow \{(A'=A^*)\&(A'<B'<B^*)\}$

alebo

$\{[A,P]\&[B,S]\&(A^*<A<B<B^*)\} \Rightarrow \{(A^*<A'<B')\&(B'=B^*)\}$

2.3.3 ak A = B, tak

2.3.3.1 ak hodnoty oboch premenných sa pohybujú tým istým smerom a ak hodnoty premenných nemajú limity, tak

buď

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A=B)\} \Rightarrow \{(A'<B')\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A=B)\} \Rightarrow \{(A'=B')\}$

alebo

$\{[A,S]\&[B,S]\&(A=B)\} \Rightarrow \{(A'>B')\}$

2.3.3.2 ak hodnoty oboch premenných sa pohybujú od seba, tak

$\{[A,P]\&[B,S]\&(A=B)\} \Rightarrow \{(A'<B')\}$

2.3.4 ak sú hodnoty premenných (fyzikálne) porovnateľné, ale nie je známy vzťah, ktorý je medzi nimi, tak sa uvažujú možné vetvenia a použitie alternatív z 2.3.2 a 2.3.3.

pre tri premenné

3. Pravidlá týkajúce sa zmeny hodnoty viacerých (>2) premenných:

3.1 Ak ľubovoľná meniaca sa hodnota premennej je rovná vyznačenej hodnote, alebo sa mení v smere, v ktorom nejestvuje limitná hodnota, tak sa vykoná perturbácia (malá zmena) každej hodnoty v smere pohybu (pozri prípady 1.1 a 1.3).

3.2 Ak sa žiadna hodnota nerovná vyznačenej, pričom niektoré meniace sa hodnoty premenných smerujú k limitným hodntám, medzi ktorými jestvuje korešpondencia, tak nasledujúce hodnoty zodpovedajúcich premenných sa stanú rovné limitným hodnotám a všetky ostatné premenné bez limitných hodnôt sa perturbujú v smere ich zmeny.

3.3 Ak ani jedna z meniacich sa hodnôt nie je rovná vyznačenej hodnote a niektoré hodnoty premenných smerujú k limitným hodnotám a tie sú rozdelené práve do dvoch množín korešpondujúcich hodnôt, tak je potrebné uskutočniť vetvenie procesu podľa pravidla nedeterministického pohybu do limitu (prípad 2.3.1.3) a každú premennú bez limitnej hodnoty perturbovať v smere zmeny jej hodnoty.

Koncový stav simulácie

3.4 V ostatných prípadoch aktuálny stav nepodlieha rozboru.

Ukončenie procesu simulácie:

PROCES SIMULOVANIA SPONTÁNNE KONČÍ KEĎ UŽ NIE JE MOŽNÉ ODVODIŤ ŽIADNY NOVÝ STAV SYSTÉMU

Pravidlá rozpoznávania

Úplná špecifikácia koncového stavu simulácie vyžaduje používanie pravidiel na rozpoznávanie významných vlastností správania modelu, napr.: CYKLY (KMITANIE), TLMENÉ KMITANIE, USTÁLENÝ (ROVNOVÁŽNY) STAV, STABILNÝ ALEBO NESTABILNÝ VÝSLEDNÝ STAV, prípadne iné.

Uplatňujú sa pritom **PRAVIDLÁ ROZPOZNÁVANIA:**

(A) Ak v opise všetkých premenných platí QZ(X)=U, tak sa jedná o ustálený stav systému. Zodpovedajúci časový bod sa odstráni z množiny aktívnych časových bodov. Ak je táto množina už prázdna, tak sa končí proces simulácie.

**(B) Ak sú všetky hodnoty premenných v aktuálnom časovom bode rovné vyznačenej hodnote a tie sú totožné s vyznačenými hodnotami v predchádzajúcom časovom bode a zhodujú sa aj QZ hodnoty, tak vznikol cyklus.
Aktuálny časový bod sa vtedy nahradí predošlým a nový aktuálny časový bod sa vyberie z množiny všetkých aktívnych.**

(C) Ak sú všetky hodnoty premenných v aktuálnom časovom bode rovné vyznačenej hodnote a jestvuje časový bod v alternatívnej vetve simulácie, v ktorom všetky hodnoty premenných sú rovné tým istým vyznačeným hodnotám a zhodujú sa aj všetky QZ hodnoty, tak nastáva prípad spojenia alternatívnych vetví. Vtedy sa oba zodpovedajúce časové body nahradia smerníkom na špeciálne opisovače prípadov spojení. Ak by sa jednalo o prípad spojenia, v ktom sa spájajú všetky aktívne vetvy pochádzajúce z

totožného prípadu nedeterminizmu, tak sa časový bod spojenia zobrazí do nového časového bodu zodpovedajúce tomu, v ktorom vetvenie vzniklo.

Z dôvodov, ktoré boli v predošlom na viacerých miestach uvedené, by malo byť zrejmé, že **výber nasledujúceho stavu simulácie - aj v procese predikcií - nemá deterministickú povahu**. Preto je nevyhnutné simulačný proces **vetviť**. Vznik rozmanitých nedeterminizmov vyvoláva nevyhnutnosť evidovať - nezriedka aj veľké množstvo alternatívnych ciest v priestore možného správania systému. To implikuje nevyhnutnosť vhodnej evidenčnej a riadiacej údajovej infraštruktúry (agendy) simulácie. V nej je napr. potrebné evidovať

- už preverené varianty správania systému - zábrana zbytočných opako vaní čiastkových procesov,
- ešte nepreverené alternatívy správania systému - zábrana zanedbania alternatívnych možností správania.

Jedným z dôležitých zložiek infraštruktúry je **MNOŽINA AKTÍVNYCH ČASOVÝCH BODOV:**

prvkami sú aktívne časové body zodpovedajúce predikovateľným budúcim možným opisom premenných a teda potenciálnych a ešte nevyhodnotených/nepoužitých stavov systému.

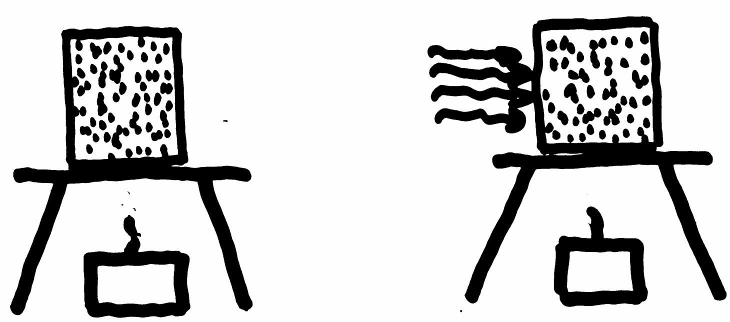
8.3 Ukážka kvalitatívnej simulácie

Tématiku Q-simulácie završíme ilustračným príkladom týkajúceho sa jednoduchého fyzikálneho systému (obr. 11a,b):

Predmet s pôvodnou teplotu T

- je ohrievaný tepelným zdrojom (obr. 11a); kvôli zjednodušeniu uplatňuje sa pritom idealizácia: *zdroj tepla trvale bezstratovo dodáva danému predmetu konštantné množstvo tepla* a
- zároveň je vonkajším prostredím konštantným odvodom tepla ochladzovaný (obr 11b).

Fyzikálny príklad



a b

Obr. 11

Keď sa zamyslíme nad takým fyzikálnym systémom, dá sa **kvalitatívna úvahou** dospieť k nasledujúcemu*:*

- *teplota telesa T sa bude postupne zvyšovať až sa ustáli na teplote tepelného zdroja T_z (obr. 11a),*
- *súčasné ohrievanie aj ochladzovanie vyústi do výslednej teploty telesa T tak, že bude platiť vzťah $T_p < T < T_z$, kde T_p je teplota chladiaceho prostredia (obr. 11b).*

Štruktu-rálne opis

Uveďme teraz **štrukturálny analyticky opis systému**:

$$\Delta T = T_z - T$$
$$\Delta Q_v = \Delta T/k$$
$$dT/dt = \Delta Q_v, \qquad \text{- kde } \Delta Q_v \text{ je vstupujúce/dodávané teplo.}$$

Diskrétna numeric-ká simulácia

Jedným z možných spôsobov opisu správania systému (pre k=10) je numerická simulácia pre uvažované diskrétne časové body (okamihy) **t=1,2,3,4,...** a uvažované kvantitatívne hodnoty premenných ako to znázorňuje tabuľka:

t	1	2	3	4	...
T	300	370	433	490	...
T_z	1000	1000	1000	1000	...
ΔT	700	630	567	510	...
ΔQ	70	63	57	51	...

Podstatou tejto simulácie je výpočet hodnôt všetkých premenných pre každý uvažovaný časový okamih. Hodnoty v po sebe nasledujúcich časových okamihoch sa vypočítajú z hodnôt v predchádzajúcom časovom okamihu na základe matematických vzťahov zodpovedajúcich štrukturálnemu opisu tvoriaceho model.

Ilustračný príklad numerickej simulácie slúži potrebám nadväzujúceho výkladu. Proces uvedenej simulácie sa dá uskutočniť iba za predpokladu úplnej špecifikácie hodnoty každej premennej.

Analztic-ký opis

Vyššie uvedený štrukturálny opis systému neposkytuje dostatok informácii na úplny opis jeho správania. Za pomoci diferenciálných rovníc analyticky vyjadrená štruktúra modelu poskytuje dokonalejší opis a riešenie systému:

$$dT(t)/dt = Q_v(t) = k*\Delta T(t) = k*[T_z - T(t)]$$

$$\int [dT(t)]/[T_z - T(t)] = \int k*dt$$
$$\ln[T_z - T(t)] = k*t + C$$
$$T_z - T(t) = C'e^{-kt}$$
$$T(t) = T_z - C'e^{-kt}$$

Rozdiely medzi uvedenými reprezentáciami (vyjadrení modelov) evidentne spočívajú v odlišnom narábaní s premennými so spojite sa meniacimi hodnotami:

✓ v prvom prípade kvantity sú reprezentované reálnymi číslami, pričom trendy ich zmien sa odhaľujú až v priebehu inkrementálnej simulácie,

✓ v druhom prípade sa s premennými modelu narába ako so spojitými funkcia-mi definovanými nad reálnymi číslami - vedie to k ľahko interpretovateľným riešeniam a výsledkom, aj keď sú k tomu potrebné náročnejšie matematické metódy.

Q-simulácia zodpovedajúceho Q-modelu má dva stavy zodpovedajúce výroku *"teplota predmetu bude narastať kým nedosiahne teplotu zdroja"*.

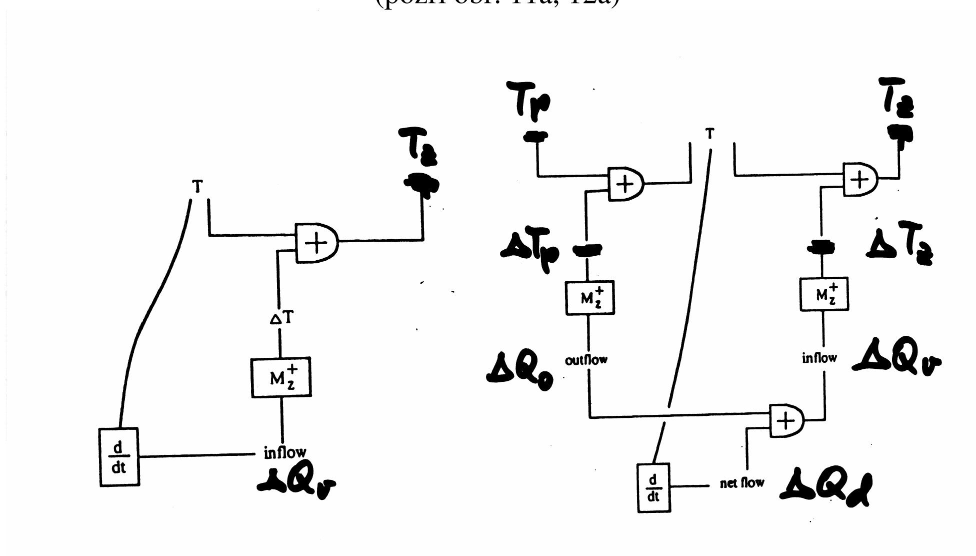
Kvalita-tívny opis

Kvalitatívny opis štruktúry systému, ktorý je podobný uvažovanému pri numeric-kej simulácii je nasledujúci:

$$\mathbf{\Delta T = T_z - T}$$
$$\mathbf{\Delta Q_v = M^{+}_{[0,0]}(\Delta T)}$$
$$\mathbf{dT = \Delta Q_v}$$

(pozri obr. 11a, 12a)

Schéma modelu



a **b**

Obr. 12a,b

Simulácia ohrevu

Kvalitatívny opis správania systému spo_íva v **nachádzaní jednoduchých asercií, ktoré sú v zhode s prípustnými stavmi systému**:

(0)

KONŠTANTA($\mathbf{T_z}$)

(1)

$$\mathbf{T \langle T_z}$$
$$\mathbf{\Delta T \rangle 0}$$
$$\mathbf{\Delta Q_v \rangle 0}$$
$$\mathbf{QZ(T) = S}$$
$$\mathbf{QZ(\Delta T) = P}$$
$$\mathbf{QZ(\Delta Q_v) = P}$$

(2)

$$\mathbf{T = T_z}$$
$$\mathbf{\Delta T = 0}$$
$$\mathbf{\Delta Q_v = 0}$$
$$\mathbf{QZ(T) = U}$$
$$\mathbf{QZ(\Delta T) = U}$$
$$\mathbf{QZ(\Delta Q_v) = U}$$

Opis simulácie ohrevu

Z počiatočného stavu (0) sa systém cez stav (1) dostane do ustáleného stavu: ***"teplota predmetu bude narastať kým nedosiahne teplotu zdroja".***

Odvodzovací postup:

(a) Pre počiatočný stav, okrem platnosti **KONŠTANTA($\mathbf{T_z}$)**, platí tiež $\mathbf{T < T_z}$.

(b) V č*asovom bode* (1) na základe aritmetickej väzby s jednou konštantou možno z $\mathbf{T < T_z}$ odvodiť $\Delta\mathbf{T} > \mathbf{0}$.

(c) Na základe funkčnej väzby možno odvodiť $\Delta\mathbf{T} > \mathbf{0} \Rightarrow \Delta\mathbf{Q_v} > \mathbf{0}$.

(d) Väzba deriváciou implikuje $\Delta\mathbf{Q_v} > \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{QZ(T) = S}$.

(e) Podobne sa propagujú **QZ** hodnoty a tým sa završí opis stavu systému v _asovom bode (1).

(f) Na základe vhodných pravidiel predikcie, *pohyb smerom k limite*, sa určí, že **T**, $\Delta\mathbf{T}$, $\Delta\mathbf{Q_v}$ menia svoje hodnoty smerom k *vyznačeným hodnotám*, ktoré musia dosiahnúť súčasne.

(g) *Opis stavu* systému v časovom bode (2) sa následne vytvorí na základe zodpovedajúcich vyznačených (limitných) hodnôt $\mathbf{T = T_z}$, $\Delta\mathbf{T = 0}$ a $\Delta\mathbf{Q_v = 0}$.

(h) Na základe väzieb v štrukturálnom opise systému (v modeli) sa pre všetky premenné odvodia ich *opisy*, t.j. hodnoty a smer ich zmeny. *Propagácia hodnôt sa uskutočňuje dovtedy, kým opis stavu systému nie je úplny.*

(i) Pretože vznikne situácia, v ktorej pre všetky **QZ** hodnoty bude platiť **QZ(X)=U**, systém sa dostáva do *kľudového stavu.*

Nasleduje rozbor súčasného ohrevu a ochladzovania uvažovaného objektu (obr. 11b, 12b).

Úloha spočíva v odvodení existencie teploty $\mathbf{T_r}$, takej, že

$$\mathbf{T_p < T = T_r < T_z}$$

zodpovedajúcej rovnovážnému stavu systému. A tiež je potrebné ukázať stabilitu rovnovážného stavu v okolí teploty $\mathbf{T_r}$.

Analyticky teda máme

$$\mathbf{dT/dt = k(T_z - T) - k'(T - T_p)},$$

čoho riešením je

$\mathbf{T = [(kT_z + k'T_p)/(k + k')] - C'e^{-(k+k')t}}$.

Symboly použité pri Q-simulácii majú nasledujúci význam
$\Delta \mathbf{T_c}$ odovzdávanie - pokles - teploty v dôsledku chladenia,
$\Delta \mathbf{Q_o}$ je odoberané teplo,
$\mathbf{\Delta Q_d = \Delta Q_v - \Delta Q_o}$ je výsledný prílev, resp. odlev tepla.

Simulačný proces:

(0)
KONŠTANTA($\mathbf{T_z}$), KONŠTANTA($\mathbf{T_c}$)

(1)
$\mathbf{T_c \langle T \langle T_z}$
$\mathbf{\Delta T_c \rangle 0, \Delta T_z \rangle 0}$
$\mathbf{\Delta Q_o \rangle 0, \Delta Q_v \rangle 0}$
$\mathbf{\Delta Q_d}$ **= NEZNÁMY**

Vzhľadom na neznámu hodnotu $\mathbf{\Delta Q_d}$ je nutné vetviť:

(1a)	(1b)	(1c)
$\Delta Q_d \rangle 0$	$\Delta Q_d \langle 0$	$\Delta Q_d = 0$
$\Delta Q_v \rangle \Delta Q_o \rangle 0$	$0 \Delta Q_v \langle \Delta Q_o$	$\Delta Q_v = \Delta Q_o \rangle 0$
$T_c \langle T \langle T_z$	$T_c \langle T \langle T_z$	$T_c \langle T \langle T_z$
$\Delta T_c, \Delta T_z \rangle 0$	$\Delta T_c, \Delta T_z \rangle 0$	$\Delta T_c, \Delta T_z \rangle 0$
QZ(T)=S	QZ(T)=P	QZ(T)=U
QZ(ΔT_c)=S	QZ(ΔT_c)=P	QZ(ΔT_c)=U
QZ(ΔQ_o)=S	QZΔQ_o)=S	QZ(ΔQ_o)=U
QZ(ΔT_z)=P	QZ(ΔT_z)=S	QZ(ΔT_z)=U
QZ(ΔQ_v)=P	QZ(ΔQ_v)=S	QZ(ΔQ_v)=U
QZ(ΔQ_d)=P	QZ(ΔQ_d)=S	QZ(ΔQ_d)=U

(a) Časový bod (1) - vychádza sa z podmienky $\mathbf{T_c \langle T \langle T_z}$, - proces propagovania produkuje nadväzujúce fakty do opisu stavu systému až na hodnotu $\mathbf{\Delta Q_d}$, keďže jej hodnotu nie je možné deterministicky určiť.

(b) **QZ** hodnota sa odvodzuje tak, že proces predikovania vetví hodnoty podľa **sgn($\mathbf{\Delta Q_d}$)** - pre jednotlivé alternatívy sa potom propagujú **QZ** hodnoty, čím sa získajú zodpovedajúce úplne opisy alternatívnych stavov.

(c) Časový bod (1c) je kľudový, pretože všetky **QZ** majú hodnotu **U**. Preto sa špecifikujú nové vyznačené hodnoty a registruje sa korešpondencia medzi premennými nadobúdajúcimi vyznačeenú hodnotu:
$\mathbf{(\Delta Q_d:0) \Leftrightarrow (\Delta Q_v:\Delta Q^*) \Leftrightarrow (\Delta Q_o:\Delta Q^*) \Leftrightarrow (\Delta T_c:\Delta T_c^*) \Leftrightarrow (\Delta T_z:\Delta T_z^*) \Leftrightarrow (T:T_r)}$
kde $\mathbf{T_r}$ je rovnovážna (vlastne akási výsledná) teplota.

(d) Každý časový bod (1a), (1b) obsahuje šesť meniacich sa hodnôt. Avšak nie je známe (zistiteľné), či tieto súčasne dosiahnu svoje limitné hodnoty. To spôsobuje nevyhnutnosť ďalších vetvení v dôsledku čoho počet alternatív sa stáva ťažko zvládnuteľný a preto proces predikcie sa zastaví.

Situácia z bodu (d) vyvoláva proces zjednodušovania opisu štruktúry systému, ktorý, hoci obsahuje omnoho menej informácií, je stále platným opisom systému.

Zjednodušenia sú produktom uplatnenia nasledujúcich transformačných pravidiel (sú pri nich vyznačené vznikajúce zjednodušenia - transformácie jednotlivých schém):

Zjednodušovanie modelu

(a) → (b): $\mathbf{x + y = z \ \& \ konšt(y) \Rightarrow z = M^{+}(x)}$

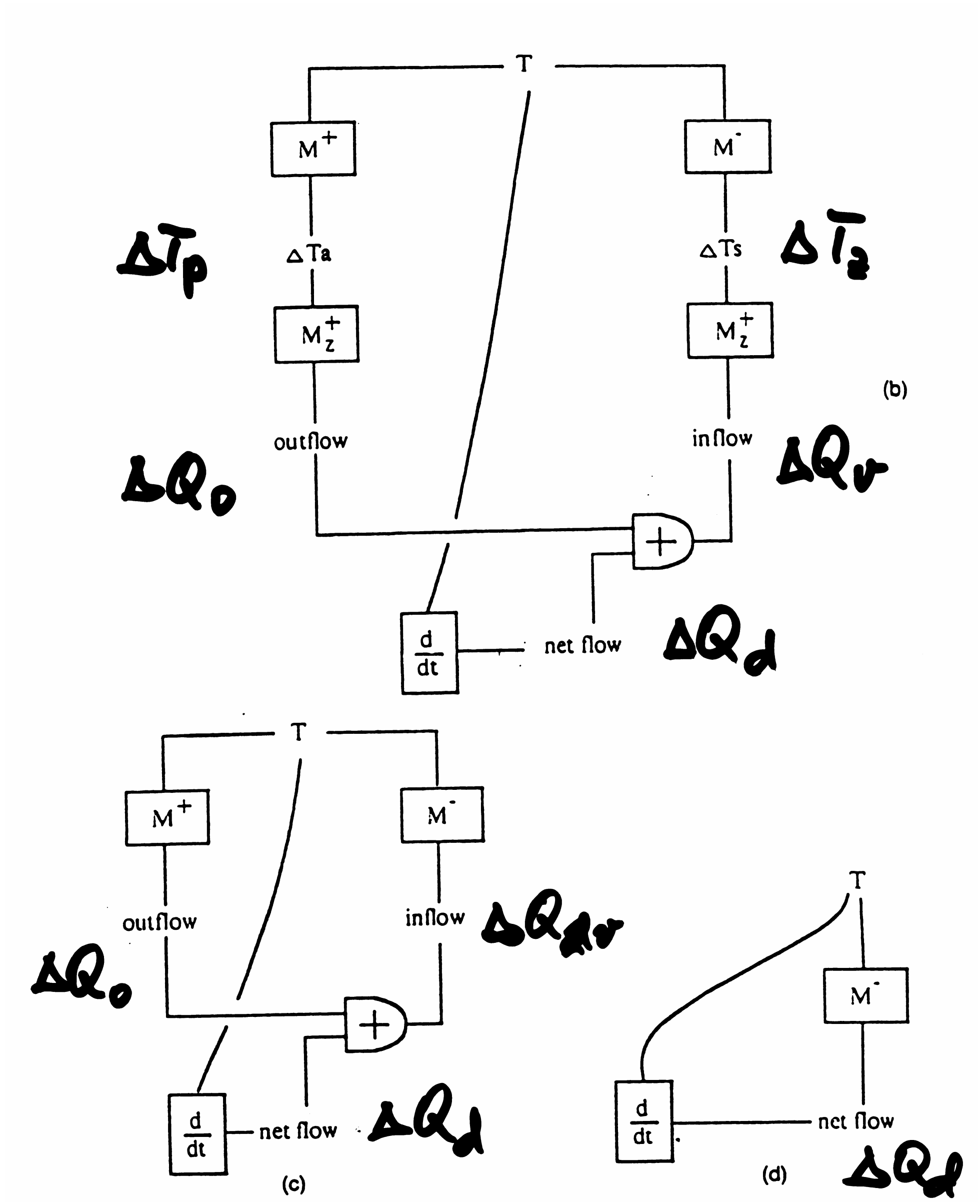
(a) → (b): $\mathbf{x + y = z \ \& \ konšt(z) \Rightarrow y = M^{-}(x)}$

(b) → (c): $\mathbf{y = M^{+}(M^{+}(x)) \Rightarrow y = M^{+}(x)}$

(b) → (c): $\mathbf{y = M^{-}(M^{+}(x)) \Rightarrow y = M^{-}(x)}$

(c) → (d): $\mathbf{y = M^{-}(x) - (M^{+}(x)) \Rightarrow y = M^{-}(x)}$

a korešpondujúce schématické znázornenie



Proces zjednodušovania sa ukončí, keď už nie je možné uplatniť žiadne ďalšie zjednodušujúce pravidlo.

Výsledná abstrakcia pôvodného opisu štruktúry systému umožňuje jednoznačne zistiť nasledujúce časové body aj pre tie alternatívy vetvenia, ktoré boli v pôvodnom opise nezvládnuteľné. Tým sa potom zavŕši proces predikovania a propagovania hodnôt. Výsledok je očakávaný rovnovážny stav.

$$(\mathbf{T}:\mathbf{T}_r) \Leftrightarrow (\Delta \mathbf{Q}_d:\mathbf{0})$$

(1)

$$\mathbf{T}_c \langle \mathbf{T}_r \langle \mathbf{T}_z$$

$$\mathbf{T}_c \langle \mathbf{T} \langle \mathbf{T}_z$$

ΔQ_d= NEZNÁMY

Nastáva vetvenie vzhľadom na reláciu medzi hodnotu _ΔQ_v a nulou:

(1a)	**(1b)**	**(1c)**
$\Delta Q_d > 0$	$\Delta Q_d < 0$	$\Delta Q_d = 0$
$T_c < T < T_r$	$T_r < T < T_z$	$T = T_r$
QZ(T)=S	**QZ(T)=P**	**QZ(T)=U**
QZ(ΔQ_d)=P	**QZ(ΔQ_d)=S**	**QZ(ΔQ_d)=U**
(2a)	**(2b)**	**(2c)**
$T = T_r$	$T = T_r$	$T = T_r$
$\Delta Q_d = 0$	$\Delta Q_d = 0$	$\Delta Q_d = 0$
QZ(T)=U	**QZ(T)=U**	**QZ(T)=U**
QZ(ΔQ_d)=U	**QZ(ΔQ_d)=U**	**QZ(ΔQ_d)=U**

Keďže vo všetkých alternatívach máme rovnaké výsledky, uplatní sa *pravidlo spájania vetví*, čím dostávame

(2)

$T = T_r$

$\Delta Q_d = 0$

QZ(T)=U

QZ(ΔQ_d)=U

Rozbor procesu simulácie

Rozbor:

(a) V časovom bode (1) dochádza k propagovaniu hodnôt premenných v snahe vytvoriť úplny opis stavu systému. Potreba stanoviť hodnotu QZ spôsobuje vetvenie.

(b) V časovom bode (1c) dochádza k ustálenému stavu ako predtým.

(c) Vzhľadom na korešpondencie odvodené pri pokuse simulovať správanie sa systému na základe pôvodného opisu jeho štruktúry je možné odvodiť vzťah medzi **T** a $\mathbf{T_r}$ v časových bodoch (1a) a (1b).

(d) Keďže každý z týchto časových bodov obsahuje iba dve premenné a je už známe, že ich limitné hodnoty vzájomne korešpondujú, následné stavy systému (2a) a (2b) sa ľahko a jednoznačne určia na základe pravidla o pohybe k limitnej hodnote.

(e) Pretože pre všetky alternatívy vzniknuté vetvením boli odvodené identické opisy stavu, tieto sa spoja do výsledného stavu (2). Kľudový stav (1c) sa skopíruje do identického, ale časovo neskoršieho stavu (2c) takže časové vzťahy medzi stavmi (1) a (2) sú dobre definované.

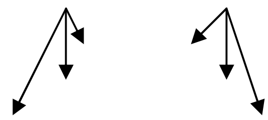
Opis správania systému je teraz úplny, pretože každý stav, v ktorom sa menia hodnoty premenných má dobre definovaný nasledujúci stav. Celková štruktúra predikovania je znázornená na obr 13.

(1) (2)

(1c) (2c)

(1b) (2b)

(1a) (2a)



Obr 13.

Pretože štruktúra predikovania má len osem stavov, je ľahko možné odskúšať globálne vlastnosti simulovaného systému, napr. povahu jeho kľudového stavu. Uplatnením pravidiel rozpoznávania sa dá zistiť či je tento kľudový stav aj rovnovážny. Perturbáciou systému v stave (2), t.j. keď pre okamžitú hodnotu teploty ohrievaného predmetu bude platiť buď $\mathbf{T_c}\langle\mathbf{T}\langle\mathbf{T_r}$ alebo $\mathbf{T_r}\langle\mathbf{T}\langle\mathbf{T_z}$, dostane sa systém buď do stavu (1a) aleb (1b). Ako však bolo v predošlom ukázané, z týchto stavov sa systém napokon dostane do stavu (2), čo je indikáciou rovnovážného výsledného stavu.

V závere kapitoly je potrebné zdôrazniť:

- napriek svojmu rozsahu, bola len uvedením do problematiky,
- pri začleňovaní do ES je vhodné reprezentovať znalosti Q-modelmi najmä vtedy, keď
  - · riešenej problematike sa dajú priradiť **viaceré prípustné modely** - s líšiacou sa štruktúrou a úrovňou detailnosti, ale nie sú známe algoritmy ich výberu a uprednostňovania,
  - · **model reprezentujúci zákonitosti skúmanej reality je len čiastoč-ne analyticky vyjadriteľný**,
  - · **analytický model je vyjadrením iba časti znalostí potrebných k riešeniu daného problému**.

Vhodnými uvádzajúcimi prameňmi pre podrobnejšie informácie a hĺbšie štúdium problematiky sú nasledujúce dva zborníky článkov:

D.G. Bobrow (zostavovateľ): "Qualitative reasoning about physical systems", Elsevier, Amsterdam 1984, MIT Press, 1985.
D.S. Weld and J. de Kleer: Readings in Qualitative Reasoning about physical systems, Morgan Kaufmann Publ. Inc., San Mateo, California, 1990.

✓ Q-simulácia reálnych systémov musí by_ schopná narába_ aj s takými stavmi systému, ktoré sú opísané aj alebo len kvalitatívnymi (nenumerickými) po_iato_nými hodnotami premenných a/alebo intervalovo propor_ne-monotónnymi závislos_amti medzi ich hodnotami.

✓ Kvalitatívna simulácia, ako druh be_ného usudzovania _loveka, vy_aduje aspo_ jednoduché výpo_tové spôsobilosti a musí by_ schopná rozpozna_ neo_akávane miesta kvalitatívnych zmien.

Simulácia:

☞ Proces predikovania sa pokúša vytvori_ úplny opis priebehu správania sa systému v _ase.

☞ Najprv sa na základe väzieb medzi premennými odvodia všetky opisy premenných v snahe završi_ opis stavu systému v danom _asovom bode.

☞ Akonáhle je tento opis dostato_ný, proces predikovania preveruje mno_inu všetkých práve sa meniacich hodnôt, _o mu umo_ní identifikova_ nasledovný kvalitatívne sa líšiaci stav systému.

☞ Ak opis práve aktuálneho stavu vzh_adom na neúplnos_ neumo_ _uje jednozna_ne ur_i_ nasledovný stav, tak sa opis správania vetví v súlade s tromi mo_nými hodnotami nešpecifikovanej QZ hodnoty niektorej premennej.

☞ Ak by v cykloch vyh_adávania nových kvalitatívnych stavov systému v nasledujúcich _asových bodoch došlo k pamä_ovo a výpo_tovo ob_a_ne zvládnute_nému po_tu vetvení, tak sa musí **zjednoduši_ opis štruktúry systému.**

☞ Zjednodušený (tým aj menej podrobný) opis obsahuje menej väzieb, _ím klesá potenciálny po_et vetviacich miest opisu správania a tak zlepšuje mo_nos_ realizova_ proces predikovania.

☞ Ten potom - simulujúc správanie sa systému - pokračuje dovtedy, kým sa nenarazí na podmienku zastavenia: *ustálený stav, cyklus, kontradikcia, nezvládnuteľné vetvenie*.

je výsledný prílev, resp. odlev tepla):

(0) KONŠTANTA(T_z), KONŠTANTA(T_c)

(1) $\mathbf{T_c \rangle T \langle T_z}$

$\Delta T_c \rangle 0, \Delta T_z \rangle 0$
$\Delta Q_o \rangle 0, \Delta Q_v \rangle 0$
ΔQ_d **= NEZNÁMY**

Vzh_adom na neznámu hodnotu $\mathbf{\Delta Q_d}$ je nutné vetvi_:

(1a) $\Delta Q_d \rangle 0$	**(1b)** $\Delta\_Q_d \langle 0$	**(1c)** $\Delta\_Q_d = 0$
$\Delta\_Q_v \rangle \Delta\_Q_o \rangle 0$	$0 \langle \Delta\_Q_v \langle \Delta\_Q_o$	$\Delta\_Q_v = \Delta\_Q_o \rangle 0$
$T_c \langle T \langle T_z$	$T_c \langle T \langle T_z$	$T_c \langle T \langle T_z$
$\Delta\_T_c, \Delta\_T_z \rangle 0$	$\Delta\_T_c, \Delta\_T_z \rangle 0$	$\Delta\_T_c, \Delta T_z \rangle 0$
QZ(T)=S	QZ(T)=P	QZ(T)=U
QZ(Δ_T_c)=S	QZ(Δ_T_c)=P	QZ(Δ_T_c)=U
QZ(ΔQ_o)=S	QZ(ΔQ_o)=S	QZ(ΔQ_o)=U
QZ(ΔT_z)=P	QZ(ΔT_z)=S	QZ(ΔT_z)=U
QZ(ΔQ_v)=P	QZ(ΔQ_v)=S	QZ(ΔQ_v)=U
QZ(ΔQ_d)=P	QZ(ΔQ_d)=S	QZ(ΔQ_d)=U

(a) V _asovom bode (1), ke_ sa vychádza z podmienky $\mathbf{T_c \langle T \langle T_z}$, proces propagovania produkuje nadväzujúce fakty do opisu stavu systému a_ na hodnotu $\mathbf{\Delta Q_d}$, ke__e jej hodnotu nie je mo_né deterministicky ur_i_.

(b) Aby bolo mo_né na základe príslušnej diferenciálnej rovnice (deriva_nej väzby) odvodi_ **QZ** hodnoty, proces predikovania sa vetví pod_a **sgn(ΔQ_d)**. Pre jednotlivé alternatívy sa potom propagujú **QZ** hodnoty, _ím sa získajú zodpovedajúce úplne opisy alternatívnych stavov.

(c) _asový bod (1c) je k_udový, preto_e všetky **QZ** majú hodnotu **U**. Preto sa špecifikujú nové charakteristické hodnoty a registruje sa korešpondencia medzi premennými nadobúdajúcimi charakteristickú hodnotu:

$$(\Delta Q_d{:}0) \Leftrightarrow (\Delta Q_v{:}\Delta Q^*) \Leftrightarrow (\Delta Q_o{:}\Delta Q^*) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (\Delta T_c{:}\Delta T_c^*) \Leftrightarrow (\Delta T_z{:}\Delta T_z^*) \Leftrightarrow (T{:}T_r),$$

kde T_r je rovnová_na (vlastne akási výsledná) teplota.

(d) Ka_dý _asový bod (1a), (1b) obsahuje šes_ meniacich sa hodnôt. Avšak nie je známe (zistite_né), _i tieto sú_asne dosiahnu svoje limitné hodnoty. To spôsobuje nevyhnutnos_ _alších vetvení v dôsledku _oho po_et alternatív sa stáva _a_ko zvládnute_ný a preto proces predikcie sa zastaví.

Situácia z bodu (d) rezultuje do procesu zjednodušovania opisu štruktúry systému, ktorý, hoci obsahuje omnoho menej informácií, je stále platným opisom systému. Na obr. 12a,b,c,d sú postupne znázornené vznikajúce zjednodušenia opisu, ktoré sú produktom uplatnenia nasledujúcich transforma_ných pravidiel (sú pri nich vyzna_ené vznikajúce zjednodušenia - transformácie jednotlivých schém):

$$x + y = z \;\&\; \text{konšt}(y) \Rightarrow z = M^+(x) \quad (a) \rightarrow (b)$$
$$x + y = z \;\&\; \text{konšt}(z) \Rightarrow y = M^-(x) \quad (a) \rightarrow (b)$$
$$y = M_+(M_+(x)) \Rightarrow y = M_+(x) \quad (b) \rightarrow (c)$$
$$y = M_-(M_+(x)) \Rightarrow y = M_-(x) \quad (b) \rightarrow (c)$$
$$y = M_-(x) - (M_+(x)) \Rightarrow y = M_-(x) \quad (c) \rightarrow (d)$$

Výsledné zjednodušenie (obr. 12d) vznikne vtedy, ke_ u_ nie je mo_né uplatni_ _iadne _a_šie zjednodušujúce transforma_né pravidlo. Vzniknutná výsledná abstrakcia pôvodného opisu štruktúry systému umo__uje jednozna_ne zisti_ nasledujúce _asové body aj pre tie alternatívy vetvenia, ktoré boli v pôvodnom opise nezvládnute_né. Tým sa potom zavŕši proces predikovania a propagovania hodnôt. Výsledok je o_akávaný rovnová_ny stav.

Tak_e na základe systému z obr. 12d máme

$$(T{:}T_r) \Leftrightarrow (\Delta Q_d{:}0)$$

(1) $T_c \langle T_r \langle T_z$

$T_c \langle T \langle T_z$

ΔQ_d **= NEZNÁMY**

Nastáva vetvenie vzh_adom na reláciu medzi hodnotu **_Q_v** a nulou:

(1a) $\Delta Q_d \rangle 0$	(1b) $\Delta Q_d \langle 0$	(1c) $\Delta Q_d = 0$
$T_c \langle T \langle T_r$	$T_r \langle T \langle T_z$	$T=T_r$
QZ(T)=S	QZ(T)=P	QZ(T)=U
QZ(ΔQ_d)=P	QZ(ΔQ_d)=S	QZ(ΔQ_d)=U

(2a) $T = T_r$	(2b) $T = T_r$	(2c) $T = T_r$
$\Delta Q_d = 0$	$\Delta Q_d = 0$	$\Delta Q_d = 0$
QZ(T)=U	QZ(T)=U	QZ(T)=U

$QZ(\Delta Q_d)=U$ **$QZ(\Delta Q_d)=U$** **$QZ(\Delta Q_d)=U$**

Ke__e vo všetkých alternatívach máme rovnaké výsledky, uplatní sa *pravidlo spájania vetví*, _ím dostávame

(2) **$T = T_r$**

$\Delta Q_d = 0$
$QZ(T)=U$
$QZ(\Delta Q_d)=U$

(a) V _asovom bode (1) dochádza k propagovaniu hodnôt premenných v snahe vytvori_ úplny opis stavu systému. Potreba stanovi_ hodnotu QZ spôsobuje vetvenie.

(b) V _asovom bode (1c) dochádza k ustálenému stavu ako predtým.

(b) Vzh_adom na korešpondencie odvodené pri pokuse simulova_ správanie sa systému na základe pôvodného opisu jeho štruktúry je mo_né odvodi_ vz_ah medzi **T** a **T_r** v _asových bodoch (1a) a (1b).

(d) Ke__e ka_dý z týchto _asových bodov obsahuje iba dve premenné a je u_ známe, _e ich limitné hodnoty vzájomne korešpondujú, následné stavy systému (2a) a (2b) sa _ahko a jednozna_ne ur_ia na základe pravidla o pohybe k limitnej hodnote.

(e) Preto_e pre všetky alternatívy vzniknuté vetvením boli odvodené identické opisy stavu, tieto sa spoja do výsledného stavu (2). K_udový stav (1c) sa skopíruje do identického, ale _asovo neskoršieho stavu (2c) tak_e _asové vz_ahy medzi stavmi (1) a (2) sú dobre definované.

Preto_e štruktúra predikovania má len osem stavov, je _ahko mo_né odskúša_ globálne vlastnosti simulovaného systému, napr. povahu jeho k_udového stavu. Uplatnením pravidiel rozpoznávania sa dá zisti_ _i je tento k_udový stav aj rovnová_ny. Perturbáciou systému v stave (2), t.j. ke_ pre okam_itú hodnotu teploty ohrievaného predmetu bude plati_ bu_ $\mathbf{T_c \langle T \langle T_r}$ alebo $\mathbf{T_r \langle T \langle T_z}$, dostane sa systém bu_ do stavu (1a) aleb (1b). Ako však bolo v predošlom ukázané, z týchto stavov sa systém napokon dostane do stavu (2), _o je indikáciou rovnová_ného výsledného stavu.