Prezentácia z predmetu
Formálne jazyky a automaty

Zadanie úlohy:

Zostroj kontextovúgramatiku G pre jazyk $L=\{ww^Rw|\ w \text{ in } \{a,b\}^+\}$
a dokážte správnosť konštrukcie (tj. L(G)=L).

Vypracovanie:

G=(N,T,P,S)

N={S,Q,A,B,K_A,K_B}

T={a,b}

P: 1.S→aaa | bbb| aQa K_A | bQbK_B

2.Q→aQaA | bQbB | aaA | bbB

3.Aa→aA Ba→aB Ab→bA Bb→bB

4.AK_A→aK_A BK_A→aK_B BK_B→bK_B AK_B→bK_A

5.K_A→a K_B→b

Popis:

Z počiatočného neterminálu S môžem priamo vytvorť slová aaa,bbb ktoré do jazyka L patria.

Môžeme použiť ďaľšie dve pravidlá, tie vytvoria K_A (prípadne K_B), čo je vlastne neterminál A (prípadne B), ktorý označuje koniec slova a neterminál Q, ktorý ďalej vytvára slovo.

Ďaľšie pravidlá typu Q→.Q.. vytvárajú slová wQw^R ,kde sú v terminálnom slove w^R rostrúsené neterminály A,B, ktoré spolu s koncovým znakom K_A (K_B) vytvárajú slovo w^R tvorené neterminálmy.

Nasledujúce štyri pravidlá posúvajú neterminály na koniec slova smerom ku K_A (K_B).

Pravidlá 4 premenia neterminál K_A (K_B) na terminál a (b) a neterminál A (B) zmenia na K_A (K_B) a posunú ho na koniec slova.

Pravidlá 5 premenia koncový neterminál na a (prípadne b) a po tomto kroku odvodenia sa nebude dať generovať žiadne slovo pretože, ak ostali neterminály už sa nebudú dať zmazať (tj. jedno z týchto pravidiel je posledným krokom odvodenia pre každé slovo z L (G).

Dôkaz:

Neterminál K je najpravejším znakom vetnej formy(ak sa v nej nachádza). Zobrazenie h priradí každému terminálu samého seba a každému neterminálu ε.
zobrazenie j : terminál na ε a neterminál

A--> a, B-->b, K_A-->a, K_B-->b, Q-->ε

Zobrazenie f vetnej formy definujem ako $f(u)=h(u)\,(j(u))^R$
L(G) ⊆L
v- slovo=> (j(v)=ε) =>v=f(v)
Z toho vyplíva, že slová generovatelné gramatikou G sú podmnožinou množiny slov, ktoré vytvorí zobrazenie f zo všetkých vetných foriem generovateľných gramatikou G.
∀ u: f(u)∈ L
Dôkaz:

1.S--> aaa | bbb| aQa K_A | bQbK_B –platí
2. (f(u)∈ L & u-->v)=> f(v)∈ L

Pravidlá 3

h(u)=h(...NT...)=...εT...=...Tε...=h(...TN...)=h(v)
j(u)=j(...NT...)=...T´ε...=...εT´...=j(v)
(N=neterminál, T=terminál)

Pravidlá 4 ($BK_A \rightarrow aK_B$)
$f(u)=f(kBK_A)=h(kBK_A)(j(kBK_A))^R=(h(k)\varepsilon\varepsilon)\,(j(k)ba)^R= h(k)\ \varepsilon\ \varepsilon\ a\ b\ (j(k))^R$
$=h(k)a\ \varepsilon\ b\ \varepsilon\ (j(k))^R= (h(k)\ a\ \varepsilon)\,(j(k)\varepsilon b)^R=(h(k\ a\ K_B))\,(j(kaK_B))^R=h(v)$
$(j(v))^R=f(v)$

Pravidlá 5 ($K_A \rightarrow a$)
$f(u)=f(kK_A)=h(kK_A)(j(kK_A))^R=(h(k)\ \varepsilon)\,(j(k)a)^R= h(k)\ \varepsilon\ a\ \ (j(k))^R =h(k)a\ \ \varepsilon$
$(j(k))^R= (h(k)\ a\ )\,(j(k)\varepsilon)^R=(h(k\ a\ ))\,(j(ka))^R=h(v)\,(j(v))^R=f(v)$

Pravidlá 2:
u=xQy h(u)=(h(x) Q h(y)) , j(x)=ε ($x \in \{a,b\}^+$, $y \in \{a,b,A,B\}^+$)
xQy--> xaQaAy
$f(xaQaAy)= h(x\ a)\ Q\ h(ay)\ (j(Ay))^R= h(x)\ a\ Q\ a\ h(y)\ (j(Ay))^R=$
$h(x)\ a\ Q\ a\ h(y)\ ((j(y))^R\ a\ )$ podľa IP h(x)=w $h(y)\ (j(y))^R=ww^R$ a teda
$f(xaQaAy)= h(x\ a)\ Q\ h(ay)\ (j(Ay))^R=waaw^Rwa$ –platí
xQy--> xaaAy
$f(xaaAy)= h(x\ a)\ \ h(ay)\ (j(Ay))^R= h(x)aa\ h(y)(j(Ay))^R=$

h(x) a a h(y) ((j(y))^R a)
podľa IP h(x)=w h(y) (j(y))^R=ww^R
a teda f(xaaAy)= h(x a) h(ay) (j(Ay))^R=waaw^{R}wa –platí
(L(G) $\subseteq$ f(L(G)) $\subseteq$ L)=> (L(G) $\subseteq$L)

L $\subseteq$L(G)
konštrukčný dôkaz:

Slová aaa, bbb viem zostrojiť.
$|w_1|$=n w_1=vT {T-terminál}
$\forall$ n≥1 $\exists$ odvodenie VF $w_1Qw_1^Rv K_T$

1. n=1 $aQaK_A$, $bQbK_B$ -platí
2. n=>n+1| $w_1Q\ w_1^Rv K_T$ --> $w_1aQaA\ w_1^Rv K_T$--> $w_1aQa\ w_1^Rv AK_T$--
   >$_*$ $w_1aQa\ w_1^Rv TK_A$--> $w_1aQaw_1^R\ w_1aK_A$
   obdobne pre $w_1bQbBw_1^Rv K_T$ –platí

chcem generovať slovo waaw^{R}wa |w|≥1
$\exists$ vygenenerovateľná VF wQw^{R}vK_T -->waaAw^{R}vK_T-->$_*$ waaw^{R}vAK_T-->
waaw^{R}wK_A--> waaw^{R}wa
obdobne pre wbbw^{R}wb
Gramatika je dokázaná.