Uloha 1 (prez.) **Gábor Blázsovits 2i1**

Zostrojte det. turingov stroj(TM), ktory ak dostane na vstup kod lub. TM A pretransformuje ho na kod TM A' takeho, ze

1. A' nema definovany krok zo ziadneho akceptacneho stavu
2. L(A') = L(A)

Detailne zdovodnite spravnost svojej konstrukcie.

Riešenie:

A=(K,Σ,Γ,δ,q0,F)

Množina stavov :

K={q0,q1,q11,q111,q00,qv,qv1,qv2,qv#,qv1#,qv2#,qs, qT,pT,pTo,pT0,pT1,pT0^,pT1^,p0*,p1*,p1,p0,p*,p1o, p0o,pInit,pZM,p#,qKON,pi,piT,qi,qii,qiii,qiiiD,qiiiB, qiii0,qiii1}

Množina symbolov: Σ={0,1}

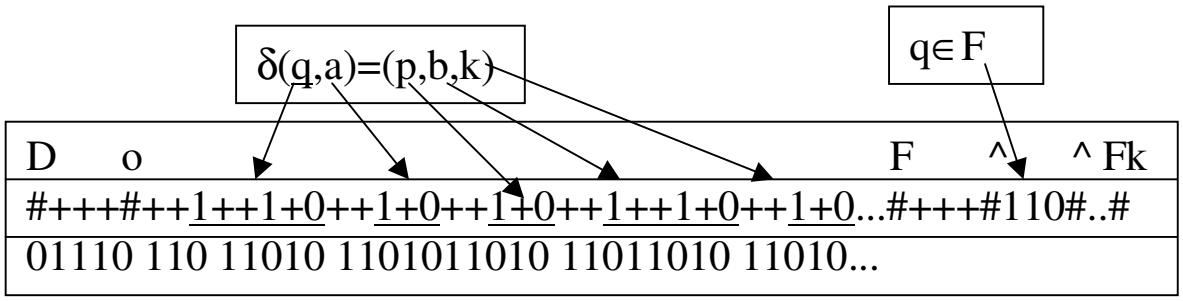
Γ={B,D,Dk,F,Fk,o,*,^,#,#d,-,+,+d}

Akceptačný stav: F={qacc}

δ-funkciu zostrojíme nasledovne:

- Zo vstupnej pásky zostrojíme dvojstopovú pásku, pričom na hornú stopu budeme prekladať vstup tak, že z 10 → +0 ; 110 → ++1 ; 1110 → +++#
  (z technického dôvodu jeden stĺpec pásky bude v riadku, (horná,dolná časť))

- Časť pásky, začínajúc od δ-funkcie až do konca prepíšeme na trojstopovú.
  Kód popisujúci δ-funkciu bude medzi symbolmi (D,#,0) - (Dk,#,0)
  Kód popisujúci akceptačné stavy bude medzi (F,#,0) - (Fk,#,0)
  Na každý krížik medzi F-Fk dáme " ^ " čo v ďalšom bude slúžiť na testovanie.
  Časť pásky:



- Test

- **qKon** – upravím pásku na výstup.
  I. Vratím sa na (D,#,0) a začnem pásku zmenšovať na dve stopy, až po Fk.
  II. idem dopredu a znižujem pásku, ak mám (-,x) → -
  (a,x) → x a≠-
  III. Čítam pásku a vynechám z nej - .

Test:

- označím na páske prvé pravidlo „o“

  $\delta(qT,(-,+,x)) = (qT,(-,+,x),1)$ $\delta(qT,(-,\#,x)) = (pT,(o,\#d,x),0)$

- 1) prečítam písmeno za „o“ , posuniem „o“ a začnem testovať písmeno:

  $\delta(pT,(o,a,x)) = (pTo,(-,a,x),1)$ $\forall a \in \{0,1,\#\}, x \in \{0,1\}$
  $\delta(pTo,(-,+,x)) = (pTo,(-,+,x),1)$ $x \in \{0,1\}$
  $\delta(pTo,(-,b,x)) = (pTb,(o,b,x),1)$ $b \in \{0,1\}$
  $\delta(pTo,(-,+d,x)) = (pTo,(-,+d,x),1)$
  $\delta(pTo,(Dk,\#,x)) = (qKon,(Dk,\#,x),0)$

- 2) hľadám ^ , testujem písmeno $b \in \{0,1\}$.

  $\delta(pTb,(z,y,x)) = (pTb,(z,y,x),1)$ $\forall x,y,z$ $z \neq$ ^ $z \neq$ Fk
  $\delta(pTb,(^,y,x)) = (pTb^,(-,y,x),1)$
  $\delta(pTb^,(-,+,x)) = (pTb^,(-,+,x),1)$ + ignorujem
  $\delta(pTb^,(-,b,x)) = (pTb,(^,b,x),1)$
  $\delta(pTb^,(z,a,x)) = (pTb,(*,a,x),1)$ $a \neq b$

  $\delta(pTb^,(Fk,\#,0)) = (pb*,(Fk,\#,0),-1)$
  $\delta(pTb,(Fk,\#,0)) = (pb*,(Fk,\#,0),-1)$

- 3) prešieľ som na konec pásky a teraz budem hladať aspoň jednu ^.
  $\delta(pb^*,(z,y,x)) = (pb^*,(z,y,x),-1) \quad \forall x,y,z \quad z \neq \hat{} \quad z \neq F$
  $\delta(pb^*,(\hat{},b,x)) = (pb,(\hat{},b,x),0)$
  $\delta(pb^*,(F,\#,0)) = (p^*,(F,\#,0),0)$

- 4) ak nájdem aspoň jedno ^ , a testoval som b=1. testujem dalšie písmeno.
  $\delta(p1,(z,y,x)) = (p1,(z,y,x),-1) \quad \forall x,y,z \quad z \neq o$
  $\delta(p1,(o,y,x)) = (pT,(o,y,x),0)$

- 5) ak nájdem aspoň jedno ^ a testoval som b=0 , to znamená, že som našiel pravidlo s akceptačným stavom, vymažem ho.
  $\delta(p0,(z,y,x)) = (p0,(z,y,x),-1) \quad \forall x,y,z \quad z \neq o$
  $\delta(p0,(o,0,x)) = (p0o,(-,0,x),-1)$
  $\delta(p0o,(-,a,x)) = (p0o,(-,a,x),-1) \quad a \neq \# \quad a \neq \#d$
  $\delta(p0o,(-,\#,x)) = (pZM,(-,-,x),1)$
  $\delta(p0o,(-,\#d,x)) = (pZM,(-,\#d,x),1)$

  Zmazanie:
  $\delta(pZM,(z,y,x)) = (pZM,(-,-,x),1) \quad y \neq \# \quad y \neq +d$
  $\delta(pZM,(z,\#,x)) = (pInit,(o,\#,x),1)$
  $\delta(pZM,(z,+d,x)) = (qKon,(z,+d,x),0)$

- 6) nenašiel som ^ , skočím na ďalšie pravidlo
  $\delta(p*,(z,y,x)) = (p*,(z,y,x),-1)$ $z \neq o$
  $\delta(p*,(o,y,x)) = (p\#,(-,y,x),1)$
  $\delta(p\#,(-,y,x)) = (p\#,(-,y,x),1)$ $y \neq \#$

  $\delta(p\#,(-,\#,x)) = (pInit,(o,\#,x),1)$
  $\delta(p\#,(Dk,\#,0)) = (qKon,(Dk,\#,0),0)$

- 7) Init – Nastavím ^ medzi F a Fk na # a inde dám -. Pustím ďalší test.
  $\delta(pInit,(z,y,x)) = (pInit,(z,y,x),1)$ $z \neq F$
  $\delta(pInit,(F,y,x)) = (pi,(F,y,x),1)$

  $\delta(pi,(z,y,x)) = (pi,(-,y,x),1)$ $y \neq \#$ $z \neq Fk$
  $\delta(pi,(z,\#,x)) = (pi,(\hat{},\#,x),1)$ $z \neq Fk$
  $\delta(pi,(Fk,\#,0)) = (piT,(Fk,\#,0))$

  $\delta(piT,(z,y,x)) = (piT,(z,y,x),-1)$ $z \neq o$
  $\delta(piT,(o,y,x)) = (pT,(o,y,x))$

Zdôvodnenie správnosti:

Lema:

K danému TS A dokážeme zostrojiť TS Á tak, že

1. Á nemá definovaný krok z akceptačného stavu,
2. L(Á)=L(A).

Dôkaz lemy:

Nech A=(K,Σ,Γ,δ,q0,F) , potom Á:=(K,Σ,Γ,δ1,q0,F) pričom pre δ1 platí, že

$$\delta 1(q,a)=\{(p,b,k) \mid (p,b,k)\in \delta(q,a) \ \& \ q\notin F\}$$

Teda platí podmienka 1.

$L(Á)\subseteq L(A)$:

Nech $w\in L(Á)$, tak zrejme $w\in L(A)$.

$L(A)\subseteq L(Á)$

Nech $w\in L(A)$, zoberme najkratší akceptačný výpočet slova w, potom ale tento výpočet skončí v prvom akceptačnom stavu. Teda existuje akceptačný výpočet aj v Á, teda $w\in L(Á)$.

Dôkaz správnosti testovacej procedúry:

Testovacia procedúra otestuje jedno pravidlo, potom sa rozhodne, či ma testovať ďalšie (ak ∃), alebo ukončiť prácu (ak overil ∀ pravidlá).
Nech máme zakódované δ(q,a)=(p,b,k). Dôkaz spravíme *matematickou indukciou* vzhladom na počet 1 v kóde q (n), pre ľubovolný počet r∈F (m).

1° n=0, tj. δ je prázdne tak :

$$\begin{pmatrix} & o & - & - & - & Dk & \\ pT,.. & \S & \# & +d & +d & +d & \# & .. \\ & & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \end{pmatrix} |-- \begin{pmatrix} & - & - & \\ pTo,.. & \# & \S & +d & .. \end{pmatrix} |--*$$

$$\begin{pmatrix} & Dk & \\ pTo,.. & \S & \# & .. \end{pmatrix} |-- \begin{pmatrix} & Dk & \\ qKon,.. & \S & \# & .. \end{pmatrix}$$

n=1 , q=10
a) m=0
Výpočet bude : prečítame 1 (z q), posunieme naň „o“,a pretože F={ } ∀^ prepíšeme na * , teda pravidlo je prípustné, „o“ posuniem na ďalší # a testujem znova.
b) m>0 a q∈F
c) m>0 a q∉F

(pT,... ⌜(o,#,0)(-,+,1) (-,+,1) (-,1,0) (-,+,1) (-,0,0)...)⊢-
(pTo,..(-,#,0) ⌜(-,+,1)..)⊢-
⊢-*(pT1,..(o,1,0) ⌜(-,+,1)..) - prečítali sme 1,
a) ⊢-(pT1,.. ⌜(^,#,0)(-,+,1)(-,+,1) (-,+,1) (^,#,0)(-,+,1)(-,+,1)(-,+,1) (Fk,#,0))⊢-
⊢-*(pT^,.. (-,#,0)(-,+,1)(-,+,1) (-,+,1) (-,#,0)(-,+,1)(-,+,1)(-,+,1) ⌜(Fk,#,0))⊢-
⊢-*(p*,.. ⌜(F,#,0)..)⊢-(pInit,...)

b) funguje podobne len po ^ najde 1 ,prečíta 0, po ^ najde 0 a vymaže pravidlo pod „o“ (procedúre 5)
c) prečíta 0 z q ale za ^ 0 nenajde, končí podobne ako časť a).

2° Predpokladajme, že vieme otesovať $q=1^k0$ tj. ∃ výpočet.

Dokážeme, že vieme otestovať aj $q=1^{k+1}0$.

zoberme výpočet 1^k kódu, podľa IP to ∃. Keďže po ukončení testu k-tej 1 sme v stavu pT. Mám dve možnosti:

- $q \in F$, testovanie k+1 „1“ bude ako vprípade 1°b).
- $q \notin F$, testovanie k+1 „1“ bude ako vprípade 1°c).

Teda test pravidla funguje správne, zvyšná časť δ-funkcie je elementárna, jej popis je uvedený vyššie.