Ekvivalencia a-prekladača a "1-ohraničeného" normálneho tvaru a-prekladača

Uzavretosť a-prekladačov na skladanie zobrazenia

Martin Lang

1-ohraničený normálny tvar A-prekladača je 6-tica $M=(K, \Sigma_1, \Sigma_2, H, q_0, F)$, kde K je konečná množina stavov, Σ_1 je vstupná abeceda, Σ_2 je výstupná abeceda q_0 je počiatočný stav automatu, F je množina akceptačných stavov a
$H \subseteq K \times (\Sigma_1 \cup \{\varepsilon\}) \times (\Sigma_2 \cup \{\varepsilon\}) \times K$.

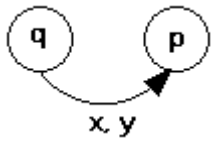
Konfiguráciou 1-ohraničeného normálneho tvaru a-prekladača nazývame usporiadanú trojicu $(q, u, v) \in K \times \Sigma_1^* \times \Sigma_2^*$ (kde q znamená momentálny stav riadiacej jednotky, u je zvyšok vstupu a v je doteraz vygenerovaný výstup).

Krokom výpočtu 1-ohraničeného normálneho tvaru a-prekladača nazývame reláciu |-- definovanú na konfiguráciach takto:
$(q, xu, v) \vdash (p, u, vy)$, ak $(q, x, y, p) \in H$

Obrazom jazyka L 1-ohraničeného normálneho tvaru a-prekladača M nazývame množinu
$M(L) = \{v \in \Sigma_2^* \mid \exists w \in L; (q0, w, \varepsilon) \vdash^* (q, \varepsilon, v); q \in F\}$

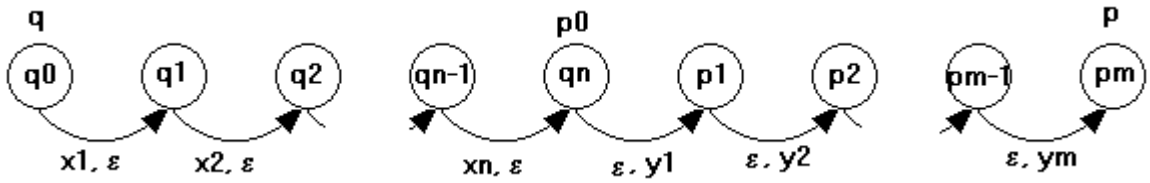
Ekvivalencia a-prekladača a "1-ohraničeného" normálneho tvaru a-prekladača

a-prekladač M: $h = (q, x, y, p) \in H$



$x = x_1x_2\ldots x_n; \quad x_1, x_2, \ldots, x_n \in \Sigma_1$
$y = y_1y_2\ldots y_m; \quad y_1, y_2, \ldots, y_m \in \Sigma_2$

Normálny tvar a-prekladača:



$h_1 = (q_0, x_1, \varepsilon, q_1)$
$h_2 = (q_1, x_2, \varepsilon, q_2)$
...
$h_n = (q_{n-1}, x_n, \varepsilon, q_n)$
$h_{n+1} = (p_0, \varepsilon, y_1, p_1)$
$h_{n+2} = (p_1, \varepsilon, y_2, p_2)$
...
$h_{n+m} = (p_{m-1}, \varepsilon, y_m, p_m)$

Ekvivalencia a-prekladaca M a 1-ohraniceneho normalneho tvaru 1-prekladaca M_1

$w \in L$ je akceptovane M $\Leftrightarrow$ je akceptovane M_1
a
$M(w) = M_1(w)$

$w \in \Sigma_1^*$, $v \in \Sigma_2^*$
$(q_0, w, \varepsilon) \vdash^* (q, \varepsilon, v)$; $q \in F \Leftrightarrow (q_0^1, w, \varepsilon) \vdash^*_{M1} (q^1, \varepsilon, v)$; $q^1 \in F^1$

M:
n krokov odvodenia zo slova w na slovo v
V i-tom kroku a-prekladac precita $w_i \in \Sigma_1^*$ a vypise $v_i \in \Sigma_2^*$
$w = w_1 w_2 ... w_n$
$v = v_1 v_2 ... v_n$

$h_1 = (q_0, w_1, v_1, q_1)$
$h_2 = (q_1, w_2, v_2, q_2)$
...
$h_n = (q_{n-1}, w_n, v_n, q_n)$
$q_n \in F$
$w_1, ..., w_n \in \Sigma_1^*$
$v_1, ..., v_n \in \Sigma_2^*$

$(q_0, w_1 w_2 ... w_n, \varepsilon) \vdash (q_1, w_2 w_3 ... w_n, v_1) \vdash ... \vdash (q_{n-1}, w_n, v_1 ... v_{n-1}) \vdash (q_n, \varepsilon, v_1 ... v_n)$

Uvazujme $h_1 \in H$ a jeho ekvivalent v H_1:

$h_1 = (q, x, y, q') \in H$

$h_1^1 = (q_0, x_1, \varepsilon, q_1) \in H_1$	$(p_0, x_1, \varepsilon, p_1)$
$h_1^2 = (q_1, x^2, \varepsilon, q_2) \in H_1$	$(p_1, x_2, \varepsilon, p_2)$
...	
$h_1^r = (q_{r-1}, x_r, \varepsilon, q_r)$	$(p_{r-1}, x_r, \varepsilon, p_r)$
$h_{r+1} = (q_0', \varepsilon, y_1, q_1')$	$(p_r, \varepsilon, y_1, p_{r+1})$
$h_{r+2} = (q_1', \varepsilon, y_2, q_2')$	$(p_{r+1}, \varepsilon, y_2, p_{r+2})$
...	
$h_{r+s} = (q_{r+s-1}', \varepsilon, y_s, q_s')$	$(p_{n-1}, \varepsilon, y_s, p_n)$

Teda konfiguracie prekladacov M a M_1 v stavoch q a q_0, q' a q_s' su ekvivalentne, lebo precitali a zapisali v konecnom dosledku to iste slovo.

Zadefinujme zobrazenie f na stavoch:
$f: K \rightarrow K_1 \leftarrow (f(q), u, v) = (q_1, u, v)$ (konfiguracia M a M_1)
teda ak
$h_1 = (q, x, y, q') \in H$
a

$h_1^1 = (q_0, x_1, \varepsilon, q_1) \in H_1$	$(p_0, x_1, \varepsilon, p_1)$
$h_1^2 = (q_1, x^2, \varepsilon, q_2) \in H_1$	$(p_1, x_2, \varepsilon, p_2)$
...	
$h_1^r = (q_{r-1}, x_r, \varepsilon, q_r)$	$(p_{r-1}, x_r, \varepsilon, p_r)$
$h_1^{r+1} = (q_0', \varepsilon, y_1, q_1')$	$(p_r, \varepsilon, y_1, p_{r+1})$
$h_1^{r+2} = (q_1', \varepsilon, y_2, q_2')$	$(p_{r+1}, \varepsilon, y_2, p_{r+2})$
...	
$h_1^{r+s} = (q_{r+s-1}', \varepsilon, y_s, q_s')$	$(p_{n-1}, \varepsilon, y_s, p_n)$

tak $f(q) = q_0$ a $f(q') = q_s'$

a zobrazenie F
$F: K \times \Sigma_1^* \times \Sigma_2^* \rightarrow K_1 \times \Sigma_1^* \times \Sigma_2^*$

$F(q,u,v) = (f(q), u, v)$

Teda sa nam problem ekvivalencie podarilo rozbit na jednoduchsie problemy ekvivalencie medzi h_1 a h_1^1, ..., h_1^{r+s}
Kedze, ako sme ukazali, ze pomocou h_1^1, ..., $h_1^{r+s} \in H_1$ v a-prekladaci M_1 dostaneme to iste ako ako sme dostali pomocou $h_1 \in H$ v prekladaci M, tak tym sme vlastne aj dokazali ekvivalenciu medzi normalnym tvarom 1-ohraniceneho a-prekladaca a vseobecnym tvarom a-prekladaca.

$M_3 = M_2(M_1) \Leftrightarrow M_3 \subseteq M_2(M_1))$ a M2(M1) $\subseteq$ M3

$v \in M_3(L) \Leftrightarrow v \in M_2(M_1(L))$
$v = M_3(u) \Leftrightarrow v = M_2(M_1(u))$

$u = u_1u_2...u_n$
$v = v_1^{\,1}v_1^{\,2}...v_1^{\,a}v_2^{\,1}...v_2^{\,b}...v_n^{\,1}...v_n^{\,m}$

pricom
$v_1^{\,1}...v_1^{\,a}$ je vypisovacia faza prisluchajuca precitanemu znaku u_1
...
$v_n^{\,1}...v_n^{\,m}$ je vypisovacia faza prisluchajuca precitanemu znaku u_n

Uvazujme o vyssie definovanych prekladacoch M_1, M_2, M_3
$M_3 \subseteq M_2(M_1(L))$
$v = M_3(u) \rightarrow v = M_2(M_1(u))$

Indukcia vzhladom na pocet citacich faz M_3:
Uvazujme 1 citaciu fazu M_3 a k nej prisluchajucu vypisovaciu fazu – M_3 precita $x_1...x_r$ a vypise $z_1^{\,1}...z_a^{\,1}..z_1^{\,t}...z_c^{\,t}$
Podla zadefinovanych M_1 a M_2 vieme, ze $M_2(M_1(u)) = z_1^{\,1}...z_a^{\,1}...z_1^{\,t}...z_c^{\,t}$
Teda nam staci dokazat, ze ked to plati pre jednu citaciu fazu a je ich tam viac, tak to plati aj pre vsetky dokopy.

Teda:
0°
$v_1 = M_3(u_1) \rightarrow v_1 = M_2(M_1(u_1))$
$u_1 \in \Sigma_1^*$
$v_1 \in \Sigma_2^*$

1°
$U_i = u_1u_2\ldots u_i$
$V_i = v_1v_2...v_i$
$u_i \in \Sigma_1^*$
$v_i \in \Sigma_2^*$
$U_i \in \Sigma_1^*$
$V_i \in \Sigma_2^*$
$[\ V_i = M_3(U_i) \rightarrow V_i = M_2(M_1(U_i))\ ] \rightarrow [\ V_{i+1} = M_3(U_{i+1}) \rightarrow V_{i+1} = M_2(M_1(U_{i+1}))\ ]$

$(3q_0, u_1...u_i, E) \vdash^*(3q_1, u_2...u_i, v_1) \vdash^{**} (3q_i, E, v_1...v_i)$
z konstrukcie vieme, ze
$3h^1 = (3q_i^{\,0}, u_{i+1}^{\,1}, v_{i+1}^{\,1}, 3q_i^{\,1}) \in H_3$
$3h^2 = (3q_i^{\,1}, u_{i+1}^{\,2}, v_{i+1}^{\,2}, 3q_i^{\,2})$
...
$3h^a = (3q_i^{\,a-1}, u_{i+1}^{\,a}, v_{i+1}^{\,a}, 3q_i^{\,a})$
pricom
$3q_i^{\,0} = 3q_i$
$3q_i^{\,a} = 3q_{i+1}$
$u_{i+1}^{\,1}...u_{i+1}^{\,a} = u_{i+1}$
$v_{i+1}^{\,1}...v_{i+1}^{\,1} = v_{i+1}$
$u_{i+1}^{\,1}, ..., u_{i+1}^{\,a} \in (\Sigma_1 \cup \{E\})$
$v_{i+1}^{\,1}, ..., v_{i+1}^{\,a} \in (\Sigma_2 \cup \{E\})$

teda
$(3q_0, u_1...u_iu_{i+1}, E) \vdash^{**} (3q_i, u_{i+1}, v_1...v_i) \vdash^* (3q_{i+1}, E, v_1...v_{i+1})$
c.b.t.d.

ked sa pozrieme na zadefinovane skladanie $M_2(M_1)$ tak vidno, ze indukcia bude platit aj spatne.

Teda $M_3(L) = M_2(M_1(L))$