A-prekladač (konečne stavový prekladač s akceptačnými stavmi) je 6-tica $M=(K, \Sigma_1, \Sigma_2, H, q_0, F)$, kde K je konečná množina stavov, Σ_1 je vstupná abeceda, Σ_2 je výstupná abeceda q_0 je počiatočný stav automatu, F je množina akceptačných stavov a $H \subseteq K \times \Sigma_1^* \times \Sigma_2^* \times K$.

Konfiguráciou a-prekladača nazývame usporiadanú trojicu $(q, u, v) \in K \times \Sigma_1^* \times \Sigma_2^*$ (kde q znamená momentálny stav riadiacej jednotky, u je zvyšok vstupu a v je doteraz vygenerovaný výstup).

Krokom výpočtu a-prekladača nazývame reláciu |-- definovanú na konfiguráciach takto:
$(q, xu, v) \vdash (p, u, vy)$, ak $(q, x, y, p) \in H$

Obrazom jazyka L a-prekladačom M nazývame množinu
$M(L) = \{v \in \Sigma_2^* \mid \exists w \in L; (q0, w, \varepsilon) \vdash^* (q, \varepsilon, v); q \in F\}$

1-ohraničený normálny tvar pre a-prekladače

1-ohraničený normálny tvar pre a-prekladač je taký, že a-prekladač je 1-ohraničný ak môže čítať a zapisovať najviac jeden znak, t.j. ak $(q, u, v, p) \in M$ potom $|u|<=1$ a $|v|<=1$.

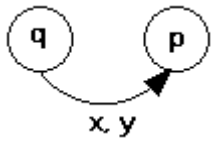
1-ohraničený normálny tvar A-prekladača je 6-tica $M=(K, \Sigma_1, \Sigma_2, H, q_0, F)$, kde K je konečná množina stavov, Σ_1 je vstupná abeceda, Σ_2 je výstupná abeceda q_0 je počiatočný stav automatu, F je množina akceptačných stavov a $H \subseteq K \times (\Sigma_1 \cup \{\varepsilon\}) \times (\Sigma_2 \cup \{\varepsilon\}) \times K$.

Konfiguráciou 1-ohraničeného normálneho tvaru a-prekladača nazývame usporiadanú trojicu $(q, u, v) \in K \times \Sigma_1^* \times \Sigma_2^*$ (kde q znamená momentálny stav riadiacej jednotky, u je zvyšok vstupu a v je doteraz vygenerovaný výstup).

Krokom výpočtu 1-ohraničeného normálneho tvaru a-prekladača nazývame reláciu |-- definovanú na konfiguráciach takto:
$(q, xu, v) \vdash (p, u, vy)$, ak $(q, x, y, p) \in H$

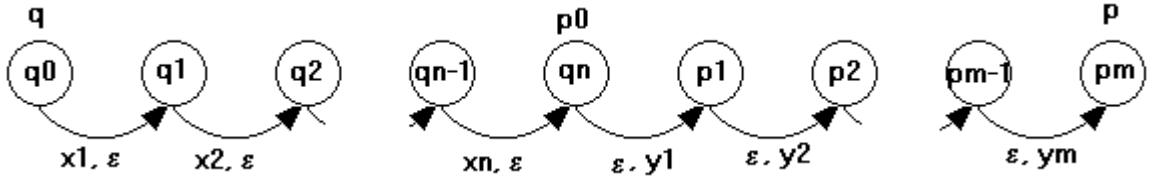
Obrazom jazyka L 1-ohraničeného normálneho tvaru a-prekladača M nazývame množinu
$M(L) = \{v \in \Sigma_2^* \mid \exists w \in L; (q0, w, \varepsilon) \vdash^* (q, \varepsilon, v); q \in F\}$

Nakres konstrukcie normalneho tvaru a-prekladaca:
(konstrukcia ekvivalencie jedneho kroku vypoctu a a-prekladaci)
$h = (q, x, y, p) \in H$



$x = x_1x_2\ldots x_n$
$y = y_1y_2\ldots y_m$

Normalny tvar a-prekladaca:



$h_1 = (q_0, x_1, \varepsilon, q_1)$
$h_2 = (q_1, x_2, \varepsilon, q_2)$
...
$h_n = (q_{n-1}, x_n, \varepsilon, q_n)$
$h_{n+1} = (p_0, \varepsilon, y_1, p_1)$
$h_{n+2} = (p_1, \varepsilon, y_2, p_2)$

...
$h_{n+m} = (p_{m-1}, \varepsilon, y_m, p_m)$

$q_0 = q$
$p_0 = q_n$
$p_m = p$

Ekvivalencia a-prekladaca M a 1-ohraniceneho normalneho tvaru 1-prekladaca M_1

$w \in L$ je akceptovane M $\Leftrightarrow$ je akceptovane M_1
a
$M(w) = M_1(w)$

$w \in \Sigma_1^*$, $v \in \Sigma_2^*$
$(q_0, w, \varepsilon) \vdash^* (q, \varepsilon, v); q \in F \Leftrightarrow (q_0^1, w, \varepsilon) \vdash^*_{M1} (q^1, \varepsilon, v); q^1 \in F^1$

M:
n krokov odvodenia zo slova w na slovo v
V i-tom kroku a-prekladac precita $w_i \in \Sigma_1^*$ a vypise $v_i \in \Sigma_2^*$
$w = w_1 w_2 ... w_n$
$v = v_1 v_2 ... v_n$

$h_1 = (q_0, w_1, v_1, q_1)$
$h_2 = (q_1, w_2, v_2, q_2)$
...
$h_n = (q_{n-1}, w_n, v_n, q_n)$
$q_n \in F$
$w_1, ..., w_n \in \Sigma_1^*$
$v_1, ..., v_n \in \Sigma_2^*$

$(q_0, w_1 w_2 ... w_n, \varepsilon) \vdash (q_1, w_2 w_3 ... w_n, v_1) \vdash ... \vdash (q_{n-1}, w_n, v_1 ... v_{n-1}) \vdash (q_n, \varepsilon, v_1 ... v_n)$

Uvazujme $h_1 \in H$ a jeho ekvivalent v H_1:

$h_1 = (q, x, y, q') \in H$

$h_1^1 = (q_0, x_1, \varepsilon, q_1) \in H_1$	$(p_0, x_1, \varepsilon, p_1)$
$h_1^2 = (q_1, x^2, \varepsilon, q_2) \in H_1$	$(p_1, x_2, \varepsilon, p_2)$
...	
$h_1^r = (q_{r-1}, x_r, \varepsilon, q_r)$	$(p_{r-1}, x_r, \varepsilon, p_r)$
$h_{r+1} = (q_0', \varepsilon, y_1, q_1')$	$(p_r, \varepsilon, y_1, p_{r+1})$
$h_{r+2} = (q_1', \varepsilon, y_2, q_2')$	$(p_{r+1}, \varepsilon, y_2, p_{r+2})$
...	
$h_{r+s} = (q_{r+s-1}', \varepsilon, y_s, q_s')$	$(p_{n-1}, \varepsilon, y_s, p_n)$

Teda konfiguracie prekladacov M a M_1 v stavoch q a q_0, q' a q_s' su ekvivalentne, lebo precitali a zapisali v konecnom dosledku to iste slovo.

(vid obr. 2)

Zadefinujme zobrazenie f na stavoch:
f: K $\rightarrow$ K_1 $\leftarrow$ (f(q), u, v) = (q_1, u, v) (konfiguracia M a M_1)
teda ak
$h_1 = (q, x, y, q') \in H$
a

$h_1^1 = (q_0, x_1, \varepsilon, q_1) \in H_1$	$(p_0, x_1, \varepsilon, p_1)$
$h_1^2 = (q_1, x^2, \varepsilon, q_2) \in H_1$	$(p_1, x_2, \varepsilon, p_2)$

...
$h_1^r = (q_{r-1}, x_r, \varepsilon, q_r)$ $(p_{r-1}, x_r, \varepsilon, p_r)$
$h_1^{r+1} = (q_0', \varepsilon, y_1, q_1')$ $(p_r, \varepsilon, y_1, p_{r+1})$
$h_1^{r+2} = (q_1', \varepsilon, y_2, q_2')$ $(p_{r+1}, \varepsilon, y_2, p_{r+2})$
...
$h_1^{r+s} = (q_{r+s-1}', \varepsilon, y_s, q_s')$ $(p_{n-1}, \varepsilon, y_s, p_n)$
tak $f(q) = q_0$ a $f(q') = q_s'$

a zobrazenie F
$F: K \times \Sigma_1^* \times \Sigma_2^* \rightarrow K_1 \times \Sigma_1^* \times \Sigma_2^*$

$F(q,u,v) = (f(q), u, v)$

Teda sa nam problem ekvivalencie podarilo rozbit na jednoduchsie problemy ekvivalencie medzi h_1 a $h_1^1, ..., h_1^{r+s}$ Kedze, ako sme ukazali, ze pomocou $h_1^1, ..., h_1^{r+s} \in H_1$ v a-prekladaci M_1 dostaneme to iste ako ako sme dostali pomocou $h_1 \in H$ v prekladaci M, tak tym sme vlastne aj dokazali ekvivalenciu medzi normalnym tvarom 1-ohraniceneho a-prekladaca a vseobecnym tvarom a-prekladaca.

Uzavretost na zretazenie:
$\forall M_1, M_2 \exists M_3$:
$M_3(L) = M_2(M_1(L))$

Teda $\forall w \in \Sigma_1^*$ akceptovane prekladacom M_1 a nasledne prekladacom M_2:
$M_3(w) = M_2(M_1(w))$

Nech $w = w_1w_2...w_n$; $w_i \in \Sigma_1$
$v = v_1v_2...va$; $v_a \in \Sigma_2$

Kedze vieme o ekvivalencii medzi 1-ohranicenym normalnym tvarom a-prekladaca a vseobecnym tvarom – mozeme hned uvozovat o normalnych tvaroch prekladacov M_1, M_2, M_3.

Slovny popis cinnosti a-prekladaca M_3:
M_3 vznikne urcitym spojenim prekladacov M_1 a M_2 – bude mat spolocnu „citaciu fazu" s prekladacom M_1 (t.j. ked vypisuje ε) a ked bude M_1 vypisovat, tak sa vypis znaku spracuje v M_2 a M_3 bude obsahovat zasa vypisovaciu cast z M_2.....

Uvazujme prekladac $M_1 = (K^1, \Sigma_1^1, \Sigma_2^1, H^1, q_0^1, F^1)$ taky, ze
$M_1(x) = y$
$x = \mathbf{u_x}x_1x_2...x_r\mathbf{v_x}$; $\mathbf{u_x}, \mathbf{v_x} \in \Sigma_1^{1*}$
$x_i \in \Sigma_1^1$
$y = \mathbf{u_y}y_1y_2...y_s\mathbf{v_y}$; $\mathbf{u_y}, \mathbf{v_y} \in \Sigma_2^{1*}$
$y_i \in \Sigma_2^1$

pricom

$h_1 = (q_0, x_1\ \varepsilon, q_1) \in H^1$
$h_2 = (q_1, x_2, \varepsilon, q_2)$
...
$h_r = (q_{r-1}, x_r, \varepsilon, q_r)$

$h_1' = (q_0', \varepsilon, y_1, q_1')$
$h_2' = (q_1', \varepsilon, y_2, q_2')$
...
$h_s' = (q_{s-1}', \varepsilon, q_s')$

pricom $q_r = q_0'$

$h_1, ..., h_r$ je citacia faza normalneho prekladaca M_1 a $h_1', ..., h_s'$ je jeho vypisovacia faza – dokopy tvoria ekvivalent

$\mathbf{h_i} \in \mathbf{H^1}$ prekladaca $\mathbf{M_1}$, ktory je jeho ekvivalentom, ale nemusi byt normalny.

Uvazujme prekladac $M_2 = (K^2, \Sigma_1^2, \Sigma_2^2, H^2, q_0^2, F^2)$, taky ze:
$M_2(y) = z$
Pricom
$y = \mathbf{u_y} y_1 y_2 ... y_t \mathbf{v_y^2}$; $\quad \mathbf{u_y}, \mathbf{v_y}^2 \in \Sigma_2^{2*}$, $y_i \in \Sigma_2^2$
$z = \mathbf{u_z} z_1 z_2 ... z_u \mathbf{v_z}^2$; $\quad \mathbf{u_z}, \mathbf{v_z}^2 \in \Sigma_2^{2*}$, $y_i \in \Sigma_2^2$

pricom

$\mathbf{h_1} = (p_0^1, y_1, \varepsilon, p_0^{1\text{‘}})$
$h_1^1 = (p_0^{1\text{‘}}, \varepsilon, z_1^1, p_1^{1\text{‘}})$
$h_2^1 = (p_1^{1\text{‘}}, \varepsilon, z_2^1, p_2^{1\text{‘}})$
...
$h_a^1 = (p_{a-1}^{1\text{‘}}, \varepsilon, z_a^1, p_a^{1\text{‘}})$; $p_a^{1\text{‘}} = p_0^{2\text{‘}}$
$\mathbf{h_2} = (p_0^2, y_2, \varepsilon, p_0^{2\text{‘}})$
$h_1^2 = (p_0^{2\text{‘}}, \varepsilon, z_1^2, p_1^{2\text{‘}})$
$h_2^2 = (p_1^{2\text{‘}}, \varepsilon, z_2^2, p_2^{2\text{‘}})$
...
$h_b^2 = (p_{b-1}^2, \varepsilon, z_b^2, p_b^2)$; $p_b^{2\text{‘}} = p_0^{3\text{‘}}$
...
$\mathbf{h_t} = (p_0^t, y_t, \varepsilon, p_0^{t\text{‘}})$
$h_1^t = (p_0^{t\text{‘}}, \varepsilon, z_1^t, p_1^{t\text{‘}})$
$h_2^t = (p_1^{t\text{‘}}, \varepsilon, z_2^t, p_2^{t\text{‘}})$
...
$h_c^t = (p_{c-1}^{t\text{‘}}, \varepsilon, z_c^t, p_c^{t\text{‘}})$
pricom
$z_1^1 z_2^1 ... z_a^1 z_1^2 ... z_b^2 ... z_1^t ... z_c^t = z_1 z_2 ... z_u$

Vysledny prekladac $M_3 = M_2(M_1)$ bude vyzerat potom (pre jednu citaciu a vypisovaciu fazu):
$M_3(x) = M_2(M_1(x))$

$3h_1 = h_1 = (q_0, x_1\, \varepsilon, q_1) \in H^3$ (citacia faza (z M_1))
$3h_2 = h_2 = (q_1, x_2, \varepsilon, q_2)$
...
$3h_r = h_r = (q_{r-1}, x_r, \varepsilon, q_r)$; $q_r = p_0^{1\text{‘}}$

$3h_1^{1\text{‘}} = (p_0^{1\text{‘}}, \varepsilon, z_1^1, p_1^{1\text{‘}})$ (vypisovacia faza (z M_2))
$3h_2^{1\text{‘}} = (p_1^{1\text{‘}}, \varepsilon, z_2^1, p_2^{1\text{‘}})$
...
$3h_a^{1\text{‘}} = (p_{a-1}^{1\text{‘}}, \varepsilon, z_a^1, p_a^{1\text{‘}})$; $p_a^{1\text{‘}} = p_0^{2\text{‘}}$

$3h_1^{2\text{‘}} = (p_0^{2\text{‘}}, \varepsilon, z_1^2, p_1^{2\text{‘}})$ (vypisovacia faza (z M_2))
$3h_2^{2\text{‘}} = (p_1^{2\text{‘}}, \varepsilon, z_2^2, p_2^{2\text{‘}})$
...
$3h_b^{2\text{‘}} = (p_{b-1}^2, E, z_b^2, p_b^2)$; $p_b^{2\text{‘}} = p_0^{3\text{‘}}$

...

$\mathbf{3}h_1^{t\text{‘}} = (p_0^{t\text{‘}}, E, z_1^t, p_1^{t\text{‘}})$ (vypisovacia faza (z M_2))
$3h_2^{t\text{‘}} = (p_1^{t\text{‘}}, E, z_2^t, p_2^{t\text{‘}})$
...
$3h_c^{t\text{‘}} = (p_{c-1}^{t\text{‘}}, E, z_c^t, p_c^{t\text{‘}})$

pricom
$z_1^1 z_2^1 ... z_a^1 z_1^2 ... z_b^2 ... z_1^t ... z_c^t = z_1 z_2 ... z_u$

$M_3 = M_2(M_1) \Leftrightarrow M_3 \subseteq M_2(M_1))$ a M2(M1) ⊆ M3

$v \in M_3(L) \Leftrightarrow v \in M_2(M_1(L))$
$v = M_3(u) \Leftrightarrow v = M_2(M_1(u))$

$u = u_1u_2...u_n$
$v = v_1^{\,1}v_1^{\,2}...v_1^{\,a}v_2^{\,1}...v_2^{\,b}...v_n^{\,1}...v_n^{\,m}$

pricom
$v_1^{\,1}...v_1^{\,a}$ je vypisovacia faza prisluchajuca precitanemu znaku u_1
...
$v_n^{\,1}...v_n^{\,m}$ je vypisovacia faza prisluchajuca precitanemu znaku u_n

Uvazujme o vyssie definovanych prekladacoch M_1, M_2, M_3
$M_3 \subseteq M_2(M_1(L))$
$v = M_3(u) \rightarrow v = M_2(M_1(u))$

Indukcia vzhladom na pocet citacich faz M_3:
Uvazujme 1 citaciu fazu M_3 a k nej prisluchajucu vypisovaciu fazu – M_3 precita $x_1...x_r$ a vypise $z_1^{\,1}...z_a^{\,1}..z_1^{\,t}...z_c^{\,t}$
Podla zadefinovanych M_1 a M_2 vieme, ze $M_2(M_1(u)) = z_1^{\,1}...z_a^{\,1}...z_1^{\,t}...z_c^{\,t}$
Teda nam staci dokazat, ze ked to plati pre jednu citaciu fazu a je ich tam viac, tak to plati aj pre vsetky dokopy.

Teda:
0°
$v_1 = M_3(u_1) \rightarrow v_1 = M_2(M_1(u_1))$
$u_1 \in \Sigma_1^*$
$v_1 \in \Sigma_2^*$

1°
$U_i = u_1u_2\ldots u_i$
$V_i = v_1v_2...v_i$
$u_i \in \Sigma_1^*$
$v_i \in \Sigma_2^*$
$U_i \in \Sigma_1^*$
$V_i \in \Sigma_2^*$
$[\ V_i = M_3(U_i) \rightarrow V_i = M_2(M_1(U_i))\ ] \rightarrow [\ V_{i+1} = M_3(U_{i+1}) \rightarrow V_{i+1} = M_2(M_1(U_{i+1}))\ ]$

$(3q_0, u_1...u_i, E) \vdash^*(3q_1, u_2...u_i, v_1) \vdash^{**} (3q_i, E, v_1...v_i)$
z konstrukcie vieme, ze
$3h^1 = (3q_i^{\,0}, u_{i+1}^{\,1}, v_{i+1}^{\,1}, 3q_i^{\,1}) \in H_3$
$3h^2 = (3q_i^{\,1}, u_{i+1}^{\,2}, v_{i+1}^{\,2}, 3q_i^{\,2})$
...
$3h^a = (3q_i^{\,a-1}, u_{i+1}^{\,a}, v_{i+1}^{\,a}, 3q_i^{\,a})$
pricom
$3q_i^{\,0} = 3q_i$
$3q_i^{\,a} = 3q_{i+1}$
$u_{i+1}^{\,1}...u_{i+1}^{\,a} = u_{i+1}$
$v_{i+1}^{\,1}...v_{i+1}^{\,1} = v_{i+1}$
$u_{i+1}^{\,1}, ..., u_{i+1}^{\,a} \in (\Sigma_1 \cup \{E\})$
$v_{i+1}^{\,1}, ..., v_{i+1}^{\,a} \in (\Sigma_2 \cup \{E\})$

teda
$(3q_0, u_1...u_iu_{i+1}, E) \vdash^{**} (3q_i, u_{i+1}, v_1...v_i) \vdash^* (3q_{i+1}, E, v_1...v_{i+1})$
c.b.t.d.

ked sa pozrieme na zadefinovane skladanie $M_2(M_1)$ tak vidno, ze indukcia bude platit aj spatne.

Teda $M_3(L) = M_2(M_1(L))$