Formálne jazyky a automaty

Úloha 3.2

Martin Očkaják

Zadanie:

Pomocou LBA (lineárne ohraničených automatov) dokážte uzavretosť triedy kontextových jazykov na inverzný homomorfizmus. Teda, pre daný LBA A_1 a homorfizmus h zostrojte LBA A_2, taký $L(A_2) = h^{-1}(L(A_1)) = \{w|h(w) \in L(A_1)\}$.

Definície:

Nedeterministickým lineárne ohraničeným automatom (LBA) nazývame 6-ticu $(K, \Sigma, \Gamma\,\delta\,q_0, F)$, kde K je konečná množina stavov, Σ je abeceda vstupných symbolov, Γ je abeceda pracovných symbolov ($\Sigma \subseteq \Gamma$), $q_0 \in K$ je počiatočný stav, $F \subseteq K$ je množina akceptačných stavov a $\delta : K \times (\Gamma \cup \{¢, \$\}) \to 2^{K\times(\Gamma\cup\{¢,\$\})\times\{-1,0,1\}}$.

Homomorfizmom nazývame zobrazenie $h : \Sigma_1^* \to \Sigma_2^*$, kde $(\forall u, v \in \Sigma_!^*)(h(uv) = h(u)h(v))$.

Inverzným homomorfizmom nazývame zobrazenie $h^{-1} : \Sigma_2^* \to 2^{\Sigma_1^*}$, kde $h^{-1}(v) = \{w|h(w) = v\}$.

Konštrukcia automatu A_2

- $h(L(A_2)) = L(A_1)$
- **použitie homomorfizmu** h
- **viacstopá páska**
- **emulácia automatu** A_1
- **fiktívna hlava**
- **pohyb na páske**
- **akceptačné stavy**

Riešenie:

Nech teda $A_1 = (K_1, \sum_1, \Gamma_1, \delta_1, q_{10}, F_1)$ a $A_2 = (K_2, \sum_h, \Gamma_2, \delta_2, q_{20}, F_1)$. Zadefinujme $\Gamma_2 = \{uHv|(H = E \vee H = F) \wedge uv \in L_1 \cup \{\epsilon\}\}$ a $K_2 = K_1 \cup \{q_{20}, q_{21}\}$. Prvky množiny K_1budeme označovať q_{1k}, kde k. Nasleduje konštrukcia funkcie δ_2:

1. $\delta_2(q_{20}, ¢) = \{(q_{20}, ¢, 1)\}$

2. $\delta_2(q_{20}, x) = \{(q_{20}, y, 1)\}, x \in \sum \wedge y \in \Gamma_2 \wedge y = Ez \wedge z = h(x)$
3. $\delta_2(q_{20}, \$) = \{(q_{21}, \$, -1)\}$
4. $\delta_2(q_{21}, y) = \{(q_{21}, y, -1)\}, y \in \Gamma_2$
5. $\delta_2(q_{21}, ¢) = \{(q_{10}, ¢, 0)\}$
6.$\delta_2(q_{1k}, ¢) = \{(q_{1k}, ¢, m)|(q_{1k}, , m) \in \delta_1(q_{1k}, \%)\}, m \in \{0.1\}$
7. $\delta_2(q_{1k}, \$) = \{(q_{1k}, \$, m)|(q_{1k}, \$, m) \in \delta_1(q_{1k}, \$)\}, m \in \{-1.0\}$
8. $\delta_2(q_{1k}, E) = \{(q_{1l}, F, 1)\}$
9. $\delta_2(q_{1k}, F) = \{(q_{1l}, E, -1)\}$
10. $\delta_2(q_{1k}, uHav) = \{(q_{1l}, uHbv, 0)|(q_{1l}, b, 0) \in \delta_1(q_{1k}, a)\}, a, b \in \Gamma_1 \wedge (H = E \vee H = F)$
11. $\delta_2(q_{1k}, Haw) = \{(q_{1l}, Ebw, -1)|(q_{1l}, b, -1) \in \delta_1(q_{1k}, a)\}, a, b \in \Gamma_1 \wedge (H = E \vee H = F)$
12. $\delta_2(q_{1k}, wHa) = \{(q_{1l}, wFb, 1)|(q_{1l}, b, 1) \in \delta_1(q_{1k}, a)\}, a, b \in \Gamma_1 \wedge (H = E \vee H = F)$
13. $\delta_2(q_{1k}, uaHv) = \{(q_{1l}, uEbv, 0)|(q_{1l}, b, -1) \in \delta_1(q_{1k}, a)\}, a, b \in \Gamma_1 \wedge (H = E \vee H = F)$
14. $\delta_2(q_{1k}, uHacv) = \{(q_{1l}, ubFcv, 0)|(q_{1l}, b, 1) \in \delta_1(q_{1k}, a)\}, a, b, c \in \Gamma_1 \wedge (H = E \vee H = F)$