# Rozhodnuteľnosť niektorých problémov pre rekurzívne vyčísliteľné jazyky

Matej Lučenič
18. 4. 2001

**Zadanie:**
Dokážte, či sú nasledujúce vlastnosti rekurzívne vyčísliteľných jazykov rozhdnuteľné:

**a)** konečnosť
**b)** regulárnosť
**c)** bezkontextovosť

Rozhodnite, či sú nasledujúce problémy čiastočne rozhodnuteľné:

**a)** rovnosť prázdnemu jazyku
**b)** rovnosť $\Sigma^*$
**c)** rekurzívnosť
**d)** nerovnosť prázdnemu jazyku

**Definícia:** Vlastnosť S jazykov $L_{RE}$ sa nazýva netriviálna, ak existujú jazyky $L_1$, $L_2 \in L_{RE}$ také, že $L_1 \in S$ a $L_2 \notin S$. Vlastnosť S sa nazýva triviálna, ak $S=L_{RE}$ alebo $S = Ø$.

**Veta 1. (Rice)**
Každá netriviálna vlastnosť rekurzívne vyčísliteľných jazykov je nerozhodnuteľná.

**Definícia:** Nech S je vlastnosť jazyka v $L_{RE}$, potom definujme jazyk

$$L_S := \{ <A> \mid L(A) \text{ má vlastnosť } S\}$$

**Poznámka:** Ak je vlastnosť rozhodnuteľná, tak musí existovať DTS A, ktorý zastaví na každom vstupe a teda $L_S \in L_{rec}$.

**Veta 2. (Rice)**
$L_S \in L_{RE}$ práve vtedy, keď sú splnené nasledujúce tri vlastnosti:

1. Ak $L \in S$ a $L \subseteq L'$, $L' \in L_{RE}$ potom $L' \in S$.
2. Ak $L \in S$ je nekonečný jazyk, potom existuje $L' \subseteq L$, $L'$ je konečný a $L' \in S$.
3. Množina všetkých konečných jazykov v S je rekurzívne vyčísliteľná.