FORMÁLNE JAZYKY A AUTOMATY
DEVIATA SADA, ÚLOHA Č. 3
PREZENTÁCIA

ONDREJ SEMAN, 2*i*3

Zadanie:
Dokážte, že pre L_{DPD} A *a regulárny jazyk* R *je rozhodnuteľné*
a. $L(A) = R$
b. $L(A) \subseteq R$
c. $R \subseteq L(A)$
Pozn. L_{DPD} A *znamená, že sa jedná o deterministický zásobníkový automat akceptujúci stavom (t.j.* $L(A) \in \mathcal{L}_{\mathcal{DCF}}$*)*

Riešenie:
Z teórie množín vieme, že $B = D \Leftrightarrow B \subseteq D \wedge D \subseteq B$, teda ak sú rozhodnuteľné b. a c. potom vieme rozhodnúť aj a. Stačí teda aby sme rozhodli b. a c.
Z teórie množín ďalej vieme, že $B \subseteq D \Leftrightarrow B \setminus D = \emptyset \Leftrightarrow B \cap D^C = \emptyset$. Teda na to aby sme rozhodli, či $L(A) \subseteq R$ stačí rozhodnúť, či $L(A) \cap R^c = \emptyset$ a pre $R \subseteq L(A)$ stačí rozhodnúť, či $R \cap L(A)^c = \emptyset$.
Na rozhodnutie týchto problémov použijeme vetu z prednášky:

Veta: Trieda jazykov $\mathcal{L}_{\mathcal{DCF}}$ je uzavretá na komplement a prienik s regulárnymi jazykmi.

Ľahko vidieť, že $R \cap L(A)^c$ aj $L(A) \cap R^c$ sú deterministické bezkontextové jazyky (je to dôsledok uvedenej vety a uzavretosti regulárnych jazykov na komplement). Keďže každý deterministický bezkontextový jazyk je aj bezkontextový, sú aj jazyky $R \cap L(A)^c$ aj $L(A) \cap R^c$ bezkontextové a pre bezkontextové jazyky vieme rozhodnúť ich prázdnosť (bolo to predmetom poslednej domácej úlohy). Teda problém ekvivalencie deterministického bezkontextového jazyka ako aj inklúzie s regulárnym jazykom sú rozhodnuteľné.

Ďalšie rozhodnuteľné problémy pre $L \in \mathcal{L}_{\mathcal{DCF}}$
L je regulárny
$L^c = \emptyset$
L^c je bezkontextový (triviálne platí)
Problém či $L(A_1) = L(A_2)$ je zatiaľ otvorený.