Peter Štefka
2i4

Prezentacia ulohy 3.4

- **Zadanie**:

Majme dany LBA A nad abecedou {a,b}. Zostrojte LBA A', taky ze L(A') = Shuffle(L(A), $\{c\}^*$). Zaroven nesmie A' pri simulacii menit policko na paske, na ktorom je symbol c.

Pozn.: $\{c\}^*$ je jazyk vsetkych slov nad abecedou {c}.

- **Uvahy k rieseniu**:

Podla zadania treba k LBA A nad abecedou {a,b} zostrojit LBA A', taky ze L(A') = Suffle(L(A),{c}*), co znamena, ze do slov akceptovanych automatom A nahodne umiestnime symboly c. Najjednoduchsi sposob by bol sprvoti vymazat vsetky symboly c z pasky a potom nacitavat slovo simulaciou automatu A, lenze prave to nam zadanie zakazuje. Preto som sa rozhodol riesit ulohu nasledovne:

- **Riesenie**:

Def: Linearne ohranicenym automatom (LBA) A nazyvame 6-ticu (K, Σ, Γ, δ, q_0, F), kde K ($=q_i$) je mnozina stavov, Σ je abeceda vstupnych symbolov, Γ je abeceda pracovnych symbolov, q0 je pociatocny stav, F⊆K je mnozina akceptacnych stavov a $\delta: K \times (\Gamma \cup \{¢,\$\}) \rightarrow 2^{K \times (\Gamma \cup \{¢,\$\}) \times \{-1,0,1\}}$

Nech teda A je LBA => LBA A' je 6-tica (K', Σ', Γ', δ', q_0, F) , kde Σ' = Σ + {c}, Γ' = Γ + {c}, K' je mnozina stavov takych, ze ku kazdemu stavu q_i automatu A pridame 2 stavy q_{i_left}, q_{i_right} a δ' je pozmenena delta funkcia automatu A o pravidla, ktore prebublavaju symboly c na paske.

Automat A' zostrojime nasledovne: Pri nacitavani slova z pasky postupuje automat A' podobne ako automat A pokial nenarazi na symbol c. Ku kazdemu stavu q_i preto pribudli 2 stavy q_{i_left}, q_{i_right}, tie nam sluzia na prebublanie sa cez symboly c na paske, pricom smer pohybu hlavy si pamatame v stave (preto _left, _right). Delta funkciu zmenime takto:

$\delta(q_i,a,-1)\rightarrow(q_j,b) \Rightarrow \delta'(q_i,a,-1) \rightarrow (q_{j\_left},b)\ \&\ \delta'(q_{i\_left},a,-1) \rightarrow (q_{j\_left},b)\ \&\ \delta'(q_{i\_right},a,-1) \rightarrow (q_{j\_left},b)$

$\delta(q_i,a,1)\rightarrow(q_j,b) \Rightarrow \delta'(q_i,a,1) \rightarrow (q_{j\_right},b)\ \&\ \delta'(q_{i\_left},a,1) \rightarrow (q_{j\_right},b)\ \&\ \delta'(q_{i\_right},a,1) \rightarrow (q_{j\_right},b)$

$\delta(q_i,a,0)\rightarrow(q_j,b) \Rightarrow \delta'(q_i,a,0) \rightarrow (q_j,b)\ \&\ \delta'(q_{i\_left},a,0) \rightarrow (q_j,b)\ \&\ \delta'(q_{i\_right},a,0) \rightarrow (q_j,b)$,

kde $q_i \in K$ (je lubovolny stav, teda aj q_i, q_{i_left}, q_{i_rigth})

Takisto pridame pre kazdy stav q_{i_left}, q_{i_right} pravidla na prebublanie symbolu c:

$\delta'(q_{i\_right},c,1)\rightarrow\delta'(q_{i\_right},c)$

$\delta'(q_{i\_left},c,-1)\rightarrow\delta'(q_{i\_left},c)$

- **Dokaz**:

Nech Shuffle(L(A),{c}*) = L, potom treba dokazat, ze L(A') = L. Zadefinujme si homomorfizmus h: h(a)=a, h(b)=b, h(c)=ε taky, ze

$$\forall w' \in L \Rightarrow h(w')=w \in L(A)$$

Dokaz spravim nasledovne: Ukazem, ze automat A' "simuluje" pracu automatu A, okrem faktu, ze v lubovolnom kroku odvodenia moze simulaciu prerusit (<=>shuffle(L(A),(c}*)), nacitat z pasky symboly c (ak sa tam nejake nachcadzaju) a pokracovat v simulacii dalej. (prerusenie simulacie nam nevadi, pretoze ju vobec neovplivni = symboly c su preskocene, neberu sa pri "simulacii" do uvahy. A teda sa vlastne automat A' pozera na pasku cez ruzove okuliare homomorfizmu h, cez ktore vidi len symboly a,b, ktore su vlastne automatu A)

Praca automatu A:		Praca automatu A':
$(q_0,¢\upharpoonright w\$)$	<u>h(w')=w=uvx</u>	$(q_0,¢\upharpoonright w'\$)$
$\vdash^*$		$\vdash^*$
$(q_i,¢u\upharpoonright vx\$)$		$(q_i,¢u'\upharpoonright c^*v'x'\$)$[1]

*V tomto mieste sa simulacia automatu zastavi a pouziju sa pravidla na prebublanie symbolov c, pricom h(u')=u ∧ h(c*v'x')=v.*
Ked sme presli cez vsetky symboly c, ktore boli na paske bezprostredne za sebou mozme pokracovat v simulacii automatu A

$(q_i,¢u\upharpoonright vx\$)$	<u>h(u')=u</u>	<u>h(c*v'x')=v</u>	$(q_i,¢u'c^*\upharpoonright v'x'\$)$
$\vdash^*$			$\vdash^*$
$(q_j,¢uv\upharpoonright x\$)$			$(q_j,¢u'c^*v'\upharpoonright c^*x'\$)$

Ako pri [1] sa zastavi simulacia A, prebehnu sa vsetky symboly c a pokracuje sa dalej v simulacii

$(q_j,¢uv\upharpoonright x\$)$	<u>h(u'c*v'c*)=uv</u>	<u>h(x')=x</u>	$(q_j,¢u'c^*v'c^*\upharpoonright x'\$)$

V tomto postupe pokracujeme dalej, az kym automat A akceptuje slovo => akceptuje slovo aj automat A', len s pridanymi symbolami c a teda L(A')=Shuffle(L(A),{c}*). Fakt, ze automat A' akceptuje slovo w' <=> w akceptuje A (h(w')=w) vyplyva z konstrukcie automatu - kedze A' "simuluje" pracu A na akceptovanie slova w' musi odsimulovat akceptacny vypocet automatu A pri slove w.

Tym je dokazana ekvivalencia L(A')=Shuffle(L(A),{c}*) a teda aj nasa uloha…

[1] Prvy vyskyt symbolu c na paske