Vladimir Roth

8.sada, 4.uloha:

a) Dokazte, ze bezkontextovy jazyk L nad 1-pismenkovou abecedou je regularny

b) Zistite, ci je rozhodnutelna prazdnost prieniku dvoch bezkontextovych jazykov L1, L2, ak

b.1) L1 je nad jednopismenovou abecedou

b.2) L1 aj L2 su nad jednopismenovou abecedou a)

Cez pumpovaciu lemu.

Ukazeme ze slova dlzky od p do p+q tvoria ”bazu” jazyka, teda ze sa z nich daju napumpovat slova dlhsie ako p+q.

Dalej , ze pocet slov dlzky medzi p a p+q je konecny a ze vieme pre ne zostrojit pravidla v regularnom jazyku ktore vytvaraju vsetky slova bezkontextoveho jazyka.

Teda, ze existuje regularny jazyk prisluchajuci k danemu bezkontextovemu a teda tento je regularny.

Nech p,q su konstanty z pumpovacej lemy.
Ak z $\in$ L(G) a $|z| > p$, potom z=uvwxy
$\forall$ i$\geq$0 , $uv^iwx^iy \in$ L(G).

Nech L=L(G) je nekonecny jazyk.
Potom existuje slovo dlhsie ako p+q, mozme ho napisat ako uvwxy, kde $|vwx|$ $\leq$q a $\forall$ i$\geq$0 , $uv^iwx^iy \in$ L(G). Tiez $|uwy| > p$.
Ak je $|uwy|$ >p+q , zopakujeme postup az kym nenajdeme slovo v L dlzky l, pricom p<l$\leq$p+q. Tieto slova tvoria "bazu" jazyka, je ich konecny pocet a daju sa z nich napumpovat vsetky ostatne slova.

Mame dva pripady:
1. dlzka slova je <p - gramatika generuje konecny pocet slov, je lahke najst ekvivalentnu regularnu.

2. dlzka slova je $\geq$p - vtedy plati
$\forall w \in L, |w| > p, \exists uxvyr, w = uxvyr$
$w = ux^ivy^ir = uvr(xy)^i \in L$
lebo sme nad 1-pismenkovou abecedou. Teda vieme najst pravidla v regularnom jazyku, pomocou ktorych dokazeme tieto slova pumpovat.

$A \rightarrow uvr|uvrB$
$B \rightarrow xy|xyB$

Takze existuje regularny jazyk ekvivalentny k nasmu bezkontextovemu.

b.1) L1 $\in L_{CF} \Rightarrow$ L1 $\in$ R
$(L1 \in R \cap L2 \in L_{CF}) \in L_{CF} = \emptyset$
rozhodnutelny problem

b.2) L1,L2 $\in L_{CF} \Rightarrow$ L1,L2 $\in$ R
$(L1 \in R \cap L2 \in R) \in R \subseteq L_{CF} = \emptyset$
rozhodnutelny problem