Rozhodnuteľnosť problému konečnosti bezkontextového jazyka.

- prezentácia na cvičení z predmetu
Formálne jazyky a automaty

Vojtech Zachar
2. ročník, odbor informatika

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita J.A.Komenského v Bratislave

Zadanie: Dokážte, že problém konečnosti jazyka je pre bezkontextové jazyky rozhodnuteľný.

Definície:

"bezkontextový jazyk" - jazyk, ktorého gramatika $G=(N,T,P,S)$ je frázová, obsahujúca len pravidlá tvaru:

$$A \rightarrow \alpha$$

kde $A \in N$, $\alpha \in \{N \cup T\}^*$

"gramatika v normálnom tvare" - v pravidlách gramatiky sa vyskytujú len dostupné a terminujúce neterminály, bez identít

Veta1: Ku každej bezkontextovej gramatike G existuje ekvivalentná gramatika G', ktorá je v normálnom tvare

Veta2: (*Greibachovej normálny tvar)* Ku každej bezkontextovej gramatike $G=(N,T,P,S)$ existuje gramatika $G'=(N',T',P',S')$, obsahujúca len pravidlá tvaru:

$$A \rightarrow a\alpha$$

kde $A \in N'$, $a \in T'$, $\alpha \in \{N' \cup T'\}^*$
a pre ktorú platí:

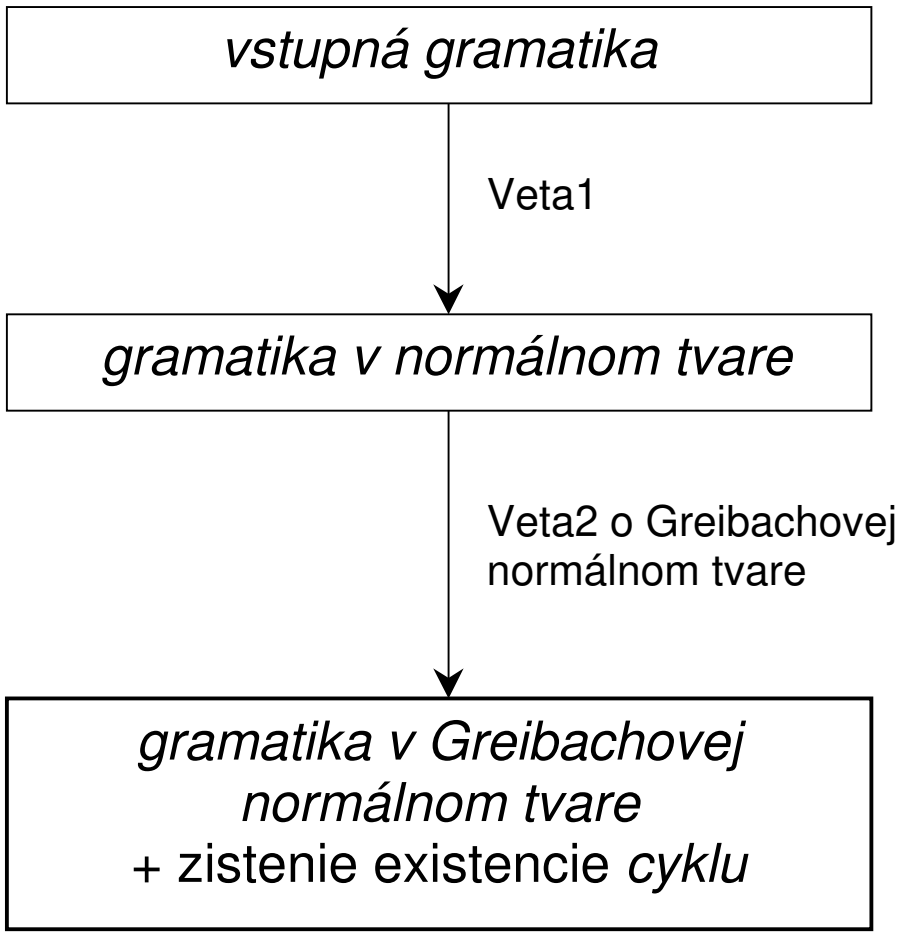
$$L(G') = L(G) - \{\varepsilon\}$$

Tvrdenie:
Ak v bezkontextovej gramatike *G=(N,T,P,S)*, ktorá je v Greibachovej normálnom tvare existuje odvodenie vetnej formy v tvare:

$$A \Rightarrow^* \alpha A \beta \qquad \text{..... “}cyklus\text{”}$$

kde *A* – dostupný neterminál, $\alpha,\beta \in \{N \cup T\}^*$
potom je jazyk generovaný touto gramatikou nekonečný. Dôkaz sporom, cez neexistenciu najdlhšieho slova jazyka.

Postup pri zisťovaní konečnosti jazyka:



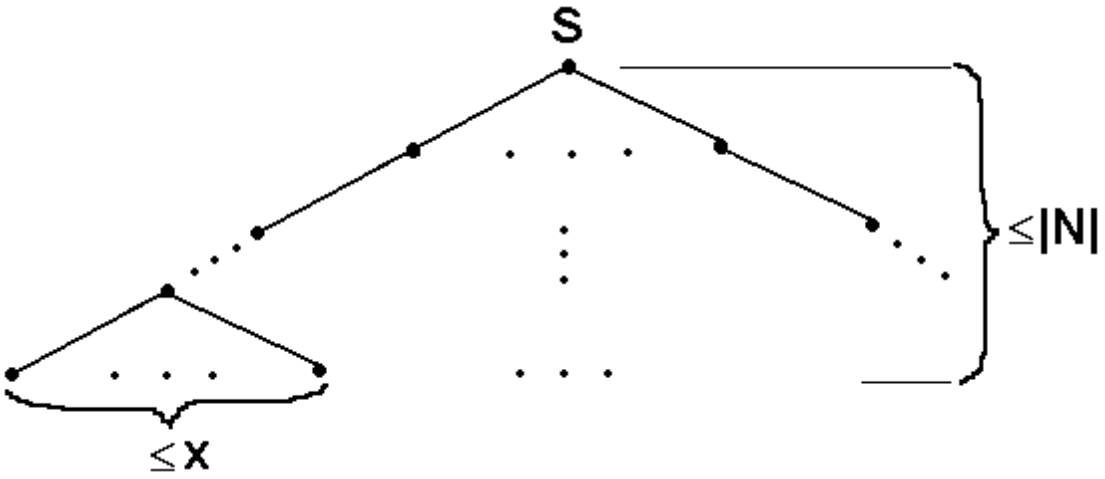
Gramatika
$G=(N,T,P,S)$
cyklus

obsahuje $\Rightarrow$ jazyk L(G) je nekonečný
- dá sa dokázať sporom

neobsahuje $\Rightarrow |L(G)| \leq x^{|N|}$

$|L(G)|$ - počet slov jazyka L(G)
x - najvyšší počet pravidiel z P s rovnakou ľavou stranou
$|N|$ - počet neterminálov v G

Strom odvodenia v gramatike bez *cyklu*:



Záver:

Vieme zostrojiť automat simulujúci

- algoritmus na prevedenie ľubovoľnej kontextovej gramatiky na gramatiku v normálnom tvare a potom na gramatiku v **Greibachovej normálnom tvare**
- algoritmus na zistenie **existencie *cyklu*** v pravidlách gramatiky (využitím algoritmu na zistenie dostupných neterminálov)

Teda existuje algoritmus/automat, ktorý zistí, či je daná kontextová gramatika konečná alebo nekonečná.