Sada úloh na cvičenie 6

Definície:

Hovoríme, že DTS A počíta funkciu f (definovanú na prirodzených číslach), ak pre všetky n platí: Ak spustíme A na vstupe a^n, v konečnom čase skončí a na páske bude slovo $a^{f(n)}$. Stroj počítajúci funkciu môže zapisovať blanky.

Ľavý kvocient jazykov L_1 a L_2 je definovaný nasledovne: $L_1 \backslash L_2 = \{v | (\exists u \in L_1) uv \in L_2\}$. Podobne definujeme aj pravý kvocient: $L_1 / L_2 = \{u | (\exists v \in L_2) uv \in L_1\}$.

1. Dokážte alebo vyvráťte, že trieda regulárnych jazykov $\mathcal{R}$ je uzavretá na ľavý kvocient, t.j. že pre ľubovoľné regulárne jazyky L_1, L_2 je jazyk $L_1 \backslash L_2$ regulárny.

2. Dokážte alebo vyvráťte, že trieda bezkontextových jazykov $\mathcal{L}_{CF}$ je uzavretá na ľavý regulárny kvocient, t.j. že pre ľubovoľný regulárny jazyk L_1 a bezkontextový jazyk L_2 je jazyk $L_1 \backslash L_2$ bezkontextový.

3. Definujte (štandardné 4 definície) skákajúci LBA. Skákajúci LBA môže hýbať hlavou iba doprava. Môže taktiež presunúť hlavu na začiatok slova. Porovnajte výpočtovú silu skákajúceho LBA so štandardným LBA. Svoje tvrdenie dokážte.

4. Dokážte alebo vyvráťte, že trieda rozšírených kontextových jazykov $\mathcal{L}_{ECS}$ je uzavretá na operáciu Shuffle.

5. Dokážte alebo vyvráťte, že trieda bezkontextových jazykov je uzavretá na operáciu Shuffle.

6. Dokážte alebo vyvráťte, že trieda regulárnych jazykov je uzavretá na operáciu Shuffle.

7. Dokážte alebo vyvráťte, že trieda regulárnych jazykov je uzavretá na operáciu Prefix.

8. Dokážte alebo vyvráťte, že trieda bezkontextových jazykov je uzavretá na operáciu Prefix.

9. Dokážte, že ak L je regulárny jazyk, potom aj jazyk $\frac{2}{3}L = \{uv | (\exists w) |u| = |v| = |w|, uvw \in L\}$ je regulárny.