Sada úloh na cvičenie 9

Označenia:
PKP: Postov korešpondenčný problém
MPKP: modifikovaný Postov korešpondenčný problém

1. (a) Zostrojte prípad PKP, taký, že existuje riešenie, kde nejaké domino bolo použité aspoň 3 krát.

   (b) Rozhodnite, či existujú také n-tice $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n), y = (y_1, y_2, \ldots, y_n), n \leq 6$ pre ktoré prípad PKP má riešenie s 5 dominami a riešenie prípadu MPKP vyžaduje aspoň 7 domín.

2. Je daný deterministický Turingov stroj $A = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, kde

$$\begin{aligned} K &= \{q_0, q_1, q_2, q_F\} \\ \Sigma &= \{a, b\} \\ \Gamma &= \{a, b, B'\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(q_0, B) &= (q_F, B', 0) \\ \delta(q_0, a) &= (q_1, a, 1) \\ \delta(q_1, a) &= (q_1, a, 1) \\ \delta(q_1, b) &= (q_2, b, 0) \\ \delta(q_1, B) &= (q_F, B', -1) \end{aligned}$$

   a slovo $w = abcdab$.

   Zostrojte prípad MPKP, ktorý má riešenie práve vtedy, ak TS A zastaví na vstupe w. Použite štandartnú konštrukciu z prednášky.

3. Daný je prípad MPKP. Zostrojte prípad PKP, ktorý má riešenie práve vtedy, ak má prislušný modifikovaný problém riešenie. Použite štandartnú konštrukciu z prednášky.

$$\begin{array}{llll} aba & aa & a & bb \\ a & b & aa & ba \end{array}$$

   (dominá sú číslované zľava, t.j. (aba, a) musí byť v MPKP prvé)

4. Rozhodnite, či je PKP nad jednopísmenkovou abecedou rozhodnuteľný. Ak áno, zostrojte algoritmus, ak nie, dokážte.

5. (pre fajnšmekrov) Nech G je orientovaný graf ohraničeného stupňa s potenciálne nekonečne veľa vrcholmi, pričom vrcholy majú návestia. G je daný deterministickým Turingovým strojom A, ktorý ak má na vstupe w, kde w je návestie vrchola, vypíše výstup $v_1 \# v_2 \ldots \# v_n \#$, kde $v_1, v_2, \ldots v_n$ sú nasledovníci vrchola s návestím w. Je rozhodnuteľné pre takto daný graf G a vrcholy u, v, či existuje v G cesta medzi u, v?

6. V (a) a (b) zistite, či má PKP riešenie a svoje tvrdenie dokážte.

   (a) $\begin{array}{llllll} abaa & baa & aa & aaa & baab & aab \\ ab & bb & bab & bb & ab & b \end{array}$

   (b) $\begin{array}{lllll} abaa & a & b & aaa & abbaa \\ abba & aaba & a & a & a \end{array}$

   (c) Zostrojte PKP, ktorý má konečne veľa riešení (viac ako 0).

7. Daný je Turingov stroj A. Rozhodnite, či jazyk $L = \{u \# v^R | u \vdash_A v\}. \in \mathcal{L}_{CF}$. Svoje tvrdenie dokážte.