

Dieťa ako matematik

(Kritika Piagetových predstáv o osvojovaní si pojmu čísla deťmi)

Branislav Grančič

FTL – FMFI UK

Zaobchádzanie s číslami je pre každého dospelého jedinca samozrejmosťou. Ako však vnímajú pojem čísla malé deti? Kedy dochádza k osvojeniu si tohto pojmu? A dochádza vôbec k nemu, alebo máme už schopnosť vnímať čísla zakódovanú v sebe od narodenia?

Piagetov pohľad na osvojovanie si pojmu čísla deťmi

Piaget tvrdí, že dieťa prichádza na svet bez akéhokoľvek pojmu čísla. Tento pojem si osvojuje až v neskoršom veku. Pre Piageta je teda nepredstaviteľné prisudzovať novorodencovi akékoľvek **číselne relevantné princípy**. Piaget neuvažuje o číslach ako o doménovo špecifickom objekte, ktorý by bol v nás zakódovaný. Hovorí, že všetky aspekty čísla sú časťou všeobecného doménovo - kognitívneho rozvoja a že sú konštruované ako výsledok pôsobenia **všeobecnej senzimotorickej inteligencie** a následného triedenia a zoskupovania. Čiže podľa Piageta dieťa síce na svet neprichádza s pojmom čísla, rovnako s ním teda ani nevie pracovať, ale má už v sebe zakódované princípy, ktoré mu umožnia naučiť sa číslu rozumieť. Inak povedané je naprogramované tak, že sa je schopné naučiť spracovávať číselne relevantné vstupy. Ako pre každé učenie potrebuje však získať určitú skúsenosť. Obrazne povedané dieťa si je v sebe schopné vytvárať hypotézy, na ktoré však potrebuje získavať odozvy - odpovede, na základe ktorých si pojem čísla vytvorí.

Veľmi vhodné je v tomto prípade **prirovnávanie prázdneho skladu**. V sklade zatiaľ nie je žiadny tovar (pojmy). Sú v ňom však priečinky určené na odkladanie konkrétneho druhu tovaru (konkrétne pojmy) a je v ňom skladník, ktorý vie kam čo uložiť.

Podľa Piageta sú pre tvorbu pojmu čísla dôležitejšie všeobecnejšie schopnosti ako schopnosť uvedomiť si číslo. Predpokladá, že týmito všeobecnými danosťami sú schopnosť zoradiť rozdielne veľké objekty podľa veľkosti a schopnosť hierarchického zoradenia tried (schopnosť určiť, že trieda obsahujúca jeden prvok je obsiahnutá v triede s dvoma prvkami, trieda s dvoma prvkami je zasa podmnožinou triedy s tromi prvkami atď.).

Piaget svoje tvrdenie, že malé dieťa nemá ešte vžitý pojem čísla, ilustruje na dnes už klasickom pokuse so zmenou tvaru usporiadania určitého počtu objektov bez zmeny počtu. Pokus prebieha tak, že sa dieťaťu ukážu do riadku usporiadané objekty s rovnakou vzdialenosťou medzi dvoma susednými objektmi. Pod tento riadok sa uloží ďalší, tak že presne pod jedným objektom prvého riadku bude ležať jeden objekt druhého riadku. V tomto prípade dieťa uznáva, že je početnosť oboch riadkov rovnaká. Ak však následne zmeníme vzdialenosti medzi objektmi spodného riadku, čiže riadok napríklad natiahneme, dieťa vyhlási, že početnosť spodného riadku je iná ako početnosť vrchného riadku. Väčšinou má pre dieťa dlhší riadok väčšiu početnosť, v niektorých prípadoch však tiež dieťa vyhlási za menej početný ten kratší riadok.

V prípade, že je objektov v rade pomerne málo (väčšinou do päť kusov) sú tvrdenia o zmene početnosti u malých detí správne. Pri zväčšení početnosti sú však ich tvrdenia opäť nesprávne. Správne riešenie tejto zdanlivo jednoduchšej úlohy sú schopné podať až deti vo veku šesť alebo

sedem rokov. Až takto staré deti zdôvodňujú svoje tvrdenia tým, že nebolo k objektom nič pridané, ani nebolo nič ubrané. Odvolávajú sa teda na zachovanie jedna k jednej korešpondencie spred zmenenia tvaru uloženia objektov.

Týmto pokusom Piaget dokladá svoje tvrdenie o tvorbe pojmu čísla až v určitom veku (na základe tohoto pokusu sa možno domnievať, že deti si osvojujú pojem čísla až po prekročení veku piatich rokov).

Kritika

Treba si však priznať, že otázka čo to vlastne osvojenie si pojmu čísla znamená, je zložitejšia. Prísne vzaté Piaget vo svojom pokuse neoperuje presne s pojmom čísla, ale len so správaním dieťaťa, ktoré s pojmom čísla nejakým spôsobom súvisí. Či je však pojem korešpondencie jedna a jedna, nutne potrebný na tvorbu pojmu čísla, nie je úplne očividné. Už vôbec nie je jasné, či experimentátor pri vykonávaní svojho pokusu dieťa nejakým podstatným spôsobom neovplyvnil. Či teda nezískal len odpoveď na nejaký úplne iný podnet ako predpokladal (nie číselne relevantný). Uvedené pochybnosti možno pravdepodobne navliecť na ktorýkoľvek iný experiment, ktorý pracuje na tak neistej pôde, akou skúmanie správania dieťaťa je. Musia sa však zobrať do úvahy, ak sa chce dospieť k ako-tak relevantnému záveru.

V kontexte uvedených nejasností je samozrejme, že na problematiku osvojovania čísel existuje množstvo rôznych názorov. Nie je preto udivujúce, že bolo uskutočnených veľa výskumov s cieľom spochybníť Piagetove myšlienky. Niektoré z týchto experimentov sa zamerali na dokázanie toho, že osvojenie si pojmu čísla nastáva skôr, ako Piaget predpokladá. Iné koncentrovali svoju pozornosť na problém významu otázky o osvojení si čísel.

Donaldson (1978) napríklad tvrdí, že podstata pokusu bola dieťaťom nesprávne pochopená. Dieťa si myslelo, že na zmenu ktorú experimentátor do usporiadania objektov vniesol, musí nejakou odpovedať. Túto zmenu pokladalo za tak význačný akt, že sa to muselo odzrkadliť v zmene odpovede na otázku. Svoje tvrdenie Donaldson podporila tým, že uvedený zásah nevykonal pred dieťaťom experimentátor ale nezbedný plyšový macko. Podarilo sa mu tak znížiť vek, pri ktorom deti správne odpovedali.

Markman (1979) založil svoju kritiku na rozdielnosti v detskom vnímaní tried (vojak) a súborom takýchto tried (armáda). Jeho experimenty ukazujú, že schopnosť vnímať číselne relevantné vstupy a správne na ne odpovedať, je vyššia, ak je objektom v oboch riadkoch prisúdený súbor (je tvoja armáda rovnako veľká ako tá moja), než ak je objektom prisúdená trieda (máš rovnako veľa vojakov ako ja). Dôležité teda je, ako sa experimentátor dieťaťa spýta.

Iné štúdie naznačujú, že problém nesprávnej odpovede dieťaťa môže spočívať v tom, ako sú číselne relevantné podnety zamaskované v porovnaní s inými. Pri zvýraznení podstatnosti číselne relevantných vstupov možno vek správneho detského rozhodnutia znížiť.

Ďalšie práce sústreďujú svoju pozornosť na skutočnosť, že deti síce nevedia správne odpovedať na otázky súvisiace s väčším počtom predmetov. Sú však schopné správnej odpovede pri nízkom počte (maximálne zvládajú päť) objektov, ktoré pred ne predkladáme. Deti sú teda schopné odpovedať na číselne relevantné vstupy, ak množstvá pred ne položené sú malé. Možno sa preto domnievať, že nejakú predstavu o pojme čísla majú. Táto skutočnosť ďalej ukazuje, že princíp korešpondencie jedna a jedna, na základe ktorého boli staršie deti schopné správne riešiť matematické problémy, nie je nutne potrebná pre existenciu spracovávanie číselne relevantných

vstupov. Zjednodušene povedané dieťa má pojem čísla, aj keď neodpovedá na Piagetov experiment správne.

Na druhej strane správne riešenie Piagetovho experimentu si nemusí nutne vyžadovať existenciu pojmu čísla. Stačia určité logické schopnosti, ktoré umožňujú identifikovať súvislosť zachovania počtu s princípom korešpondencie jedena a jedna. Skutočne, správne riešenie zďaleka nepredpokladá znalosť presného počtu objektov. Potreby správneho riešenia uspokojí len spojenie rovnakej veľkosti s tým, že sa nič nepridávalo ani neuberalo.

Skutočnosť, že na správne riešenie Piagetovho pokusu u starších detí, na základe korešpondencie jedena a jedna, má inú povahu ako riešenie s využitím rýchleho rátania, ktoré zas umožňuje riešiť tento problém mladším deťom (samozrejme len do počtu maximálne päť kusov), je viditeľná aj vďaka porovnaniu rýchlosti, s ktorou deti na otázku odpovedali. Čas, ktorý potrebovali mladšie deti bol podstatne dlhší ako ten, ktorý potrebovali staršie deti. To sa dá vysvetliť tým, že fungovanie porovnávania vďaka mechanizmu korešpondencie (nič sa neubralo ani nepridalo), výrazne zrýchľuje uvažovanie dieťaťa. Zatiaľ čo malé dieťa si musí svoj malý počet objektov vždy prerátat', alebo použiť ťažkopádnejší postup spočívajúci v priradovaní jedného objektu z prvej kôpky objektu z druhej kôpky (akýsi ťažkopádny princíp korešpondencie).

Ako vidno schopnosti vedúce, k správne riešeniu Piagetovej úlohy nie sú ani potrebné ani postačujúce na existenciu pojmu čísla. Logicky prísne vzaté s ním nemajú nič spoločné. Je preto výhodnejšie, zamerať sa v ďalšom experimentovaní len na otázku existencie odpovedí na číselne relevantné vstupy a to, kedy si dieťa osvojuje pojem čísla, nechať stranou.

Osvojovanie si pojmu čísla

Odpoveď na otázku, či je pamätanie si čísla vhodný prístup k riešeniu problému osvojovania si čísla dieťaťom je teda záporná. Tento názor zastáva Gelman, ktorý sa domnieva, že prítomnosť niektorých znalostí o číslach je v dieťati od najskoršieho detstva.

Z hľadiska **nativizmu** sú počtárske schopnosti dieťaťa a jeho učenie pojmov súvisiacich s číslom, od narodenia značne ovplyvnené istými číselne relevantnými princípmi. Tieto princípy umožňujú dieťaťu zamerať pozornosť na číselne relevantné vstupy a vytvoriť si v pamäti číselne relevantné reprezentácie. Tieto princípy teda neskôr batolaťu určujú, čo je a čo nie je dôležité z hľadiska rátania. Dieťa podľa tohoto názoru je schopné zamerať svoju pozornosť na podnety súvisiace s určitými konkrétnymi doménami (v tomto prípade s číslami). To však nevyhnutne neznamená, že dieťa začína život s už vytvoreným modulom, obsluhujúcim pojmy súvisiace s číslom.

Ako však dokázať existenciu číselne relevantných predispozícií? Boli uskutočnené pokusy s nehovoriacimi batolami, ktoré dokázali schopnosť aj takto malých detí odpovedať na číselne relevantné vstupy.

Pokusy sa vykonávali s novonarodenými deťmi. Najprv sa dieťaťu ukazovali kartičky s rovnakým počtom bodov, ale s rozdielnou hustotou a dĺžkou. Po dosiahnutí **habituácie** dieťaťa na takéto podnety, sa deťom ukázali kartičky s rozdielnym počtom bodov pri zachovaní hustoty alebo dĺžky zoradenia. Pri ukazovaní kartičiek s malým počtom objektov deti po zmene počtu prejavili zvýšenú pozornosť. Pre istotu, že deti neodpovedali len na dopad rozdielnej intenzity svetla na sietnicu, boli uskutočnené pokusy s menením tvarov a farieb. V procese habituácie, keď sa ukazovali dieťaťu kartičky s rovnakým počtom, ale s rôznou dĺžkou a hustotou, boli menené aj

tvary a farby zobrazených objektov. Deti však túto zmenu ignorovali. Možno sa preto domnievať, že deti od začiatku experimentu zamerali svoje vnímanie na číselne relevantné vstupy. Nezaujímal ich ani farebne ani tvarovo relevantné vstupy.

Zaujímavá je tiež otázka spôsobu, akým dieťa číselne relevantné podnety vníma. Či je teda rozdiel v tom, ak dieťa podnet vidí, alebo počuje. Ak šesť až osemmesačným deťom sa ponúknu dva vizuálne podnety, každý s určitým počtom objektov, dieťa bude buď permanentne venovať pozornosť podnetu s rovnakým počtom objektov ako sa mu zahrá na bubne (Starkey 1985), alebo permanentne podnetu s rozdielnym počtom objektov (Moore 1987). Bude teda spájať počty udávané vizuálne a sluchovo. To, či bude venovať pozornosť rozdielnostiam alebo podobnostiam, závisí od konkrétnych podmienok pokusu.

Z jestvovania rovnakej odpovede na číselne relevantné podnety prostredníctvom rôznych zmyslov, vyplýva otázka týkajúca sa toho, či číselný modul jednoducho prijíma signály od jednotlivých zmyslov v rovnakom formáte, alebo či sú tieto podnety do rovnakého formátu neskôr spracované.

Ročné deti sú schopné koncentrovať pozornosť na zmeny v očakávaných počtoch predmetov.

Tieto výsledky sú vzdialené od Piagetových predstáv o nedostatku zmyslu pre čísla v skorom detstve. Pokusy s ročnými a mladšími deťmi teda naznačujú, že spracovanie a uchovanie číselne relevantných dát je v skutočnosti oveľa sofistikovanejšie a nastáva oveľa skôr, ako Piaget predpokladal.

Literatúra: Annette Karmiloff – Smith; *Beyond Modularity a Development Perspective on Cognitive Science*; 1995; MIT Press; Cambridge.