Domáca úloha #2

Problémy vypracujte čo najpresnejšie a najpodrobnejšie, aby sa dali sledovať všetky vaše argumenty. Každý príklad píšte na novú stranu papiera. Presne označte, ktorý príklad riešite. Úlohu odovzdajte v stredu 27. marca na začiatku cvičení.

1. Konečné tabuľky futbalovej ligy nazveme "v podstate rovnaké", ak sú rovnaké družstvá na prvom, druhom a treťom mieste a ak je rovnaká aj štvorica zostupujúcich. Koľko je "v podstate rôznych" výsledných tabuliek, ak ligu hrá 16 družstiev?

2a) Koľkými spôsobmi možno usadiť okolo okrúhleho stola alternujúco 10 dám a 10 pánov?

b) Koľkými spôsobmi možno usadiť okolo okrúhleho stola 5 dám a 12 pánov tak, aby žiadne dve dámy nesedeli vedľa seba?

3. Výbor štyroch ľudí má byť zvolený z 10 žien a 12 mu žov, pričom nutne v ňom musí byť aspoň jedna žena. Koľko je možností na voľbu takéhoto výboru?

4. Do manéže nastupuje v rade za sebou 18 zverov, z ktorých je 5 levov, 6 tigrov a 7 leopardov. Koľko je rôznych nástupov, ak žiadne dva tigre nesmú ísť bezprostredne za sebou? Najprv úlohu vyriešte za predpokladu, že všetky zvery sú od seba navzájom rozlíšiteľné a potom úlohu vyriešte pre prípad, keď zvery rovnakého druhu nevieme od seba odlíšiť.

5. Dokážte tvrdenie Vety 12 tak, ze upravíte vzťah na ľavej strane a dostanete kombinačné číslo na pravej strane: Pre ľuboľné prirodzené čísla n a k plati:

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}.$$