

Relačný model

Základné pojmy:

- množina, charakteristická funkcia množiny
- multimnožina, rozplizlá (fuzzy množina)
- prienik, zjednotenie, rozdiel
- relácie a tabuľky
- nadklúč a kľúč

Relačný model

1

Základné definície:

Unárna relácia: $\langle D, R \subseteq D \rangle \quad P(x) = X_R(x)$
 $X_R: D \rightarrow \text{Boolean}, X_R(x) = \text{true}$, práve vtedy keď $x \in R$.

Zovšeobecnenie n-árna relácia:

$\langle D_1, \dots, D_n, R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n \rangle$
 $X_R(x_1, \dots, x_n) = \text{true}$, práve vtedy keď $\langle x_1, \dots, x_n \rangle \in R$.

Z teoretického hľadiska rozlošovanie oborov definície nemá zmysel (je nepodstatnou variáciou). Prakticky n-tica oborov definície určuje typ relácie.

Skratka: $\mathbf{x} = \langle x_1, \dots, x_n \rangle$;

Relačný model

2

Relačné operácie

Nech R_1 a R_2 sú relácie rovnakého typu. Potom:

- Prienik $R_1 \cap R_2 = \{\mathbf{x}: P_1(\mathbf{x}) \wedge P_2(\mathbf{x})\}$
- Zjednotenie $R_1 \cup R_2 = \{\mathbf{x}: P_1(\mathbf{x}) \vee P_2(\mathbf{x})\}$
- Rozdiel $R_1 - R_2 = \{\mathbf{x}: P_1(\mathbf{x}) \wedge \neg P_2(\mathbf{x})\}$

Nech R je typu $\mathbf{x} \cup \mathbf{y}$ (Premenným priradujeme typ podľa oboru, z ktorého môžu nadobúdať hodnoty.)

- Projekcia $\Pi_{\mathbf{x}} R = \{\mathbf{x}: (\exists \mathbf{y}) P(\mathbf{xy})\}$

Relačný model

3

Relačné operácie (pokračovanie)

Nech R_1 je typu \mathbf{x} a R_2 je typu \mathbf{y} a typy \mathbf{x} a \mathbf{y} sú disjunktné

- Kartézsky súčin $R_1 \times R_2 = \{\mathbf{xy}: P_1(\mathbf{x}) \wedge P_2(\mathbf{y})\}$

Nech R_1 je typu \mathbf{xy} a R_2 je typu \mathbf{y} a typy \mathbf{x} a \mathbf{y} sú disjunktné

- Podiel

$$R_1 : R_2 = \{\mathbf{x}: (\exists \mathbf{y}) P_1(\mathbf{xy}) \wedge (\forall \mathbf{y}) (P_1(\mathbf{xy}) \Rightarrow P_2(\mathbf{y}))\}$$

Veta: $R_1 : R_2 = \Pi_{\mathbf{x}} R_1 - \Pi_{\mathbf{x}} ((\Pi_{\mathbf{x}} R_1) \times R_2 - R_1)$

Relačný model

4

Tabuľky

Tabuľka ako reprezentácia relácie hlavička

| | x_1 | ... | x_n |
|-------|-------|-----|-------|
| r_1 | | | |
| r_2 | | | |
| . | | | |
| . | | | |

Relačný model

5

Formalizácia pojmu tabuľky

Definícia:

Dvojicu $T = \langle H, R \rangle$,
kde H je množina dvojíc $\{<\text{meno}_i, \text{doména}_i>\}_{i=1}^n$
a R je podmultimnožina kartézskeho súčinu $\prod_{i=1}^n \text{doména}_i$,
nazývame tabuľkou. Množinu H nazývame hlavičkou tabuľky a
prvky kartézskeho súčinu R riadkami tabuľky. Na riadok r sa
môžeme pozerať aj ako na funkciu z množiny mien (atribútov)
do množiny hodnôt (jednotlivých domén).

Konvenčia:

Z hľadiska významu považujeme tabuľky
s rovnakými hlavičkami a rovnakými
množinami riadkov za ekvivalentné

Relačný model

6

Operácie tabuľkami

- Množinové operácie
- Projekcia
- Premenovanie (zmena hlavičky)
- Prirodzené spojenie (natural join)

Tabuľky sú skôr multimnožiny ako množiny riadkov.

Operácie sa niekedy vykonávajú s multimnožinami.

Na interpretáciu používame „množinovú ekvivalentiu“.

Relačný model

7

„Množinové operácie“

Podmienkou pre nasledujúce operácie sú rovnaké hlavičky tabuľiek a výsledku.

- Zjednotenie - zachovanie hlavičky a zlúčenie multimnožíň viet (riadkov).
- Rozdiel - $R_1 - R_2$ z tabuľky R_1 sa vynechajú všetky výskyty viet nachádzajúcich sa v tabuľke R_2 .

Významové sú tieto operácie ekvivalentné rovnomenným relačným operáciám

Relačný model

8

Premenovanie a projekcia

(unárne operácie)

- **Premenovanie** - Nech $T = \langle H_1, R \rangle$, kde $H_1 = \{ \langle M_i, D_i \rangle : 1 \leq i \leq n \}$, nech $H_2 = \{ \langle N_j, \Delta_j \rangle : 1 \leq j \leq m \}$ a pre každé i , $D_i \subseteq \Delta_j$. Potom tabuľku $T' = \langle H_2, R \rangle$, nazývame premenovaním tabuľky T .
Premenovanie je technická operácia umožňujúca zníženie obmedzení na dátá a premenovanie premenných.
- **Projekcia** - Odstránenie niektorých stĺpcov z hlavičky aj multimnožiny viet. Presnejšie povedané projekcia je obmedzenie tabuľky na podhlavičku.
Význam tejto operácie je rovnaký ako v relačných operáciách.

Relačný model

9

Prirodzené spojenie (join)

Nech $T_1 = \langle H_1, R_1 \rangle$, kde $H_1 = \{ \langle M_i, D_i \rangle : 1 \leq i \leq m \}$ a $T_2 = \langle H_2, R_2 \rangle$, kde $H_2 = \{ \langle N_j, \Delta_j \rangle : 1 \leq j \leq n \}$ a $M_k = N_l \Rightarrow D_k = \Delta_l$.

- **Prirodzeným spojením** $T = T_1 \bowtie T_2$ rozumieme tabuľku $T = \langle H, R \rangle$ takú, že $H = H_1 \cup H_2$ a R je množina všetkých takých riadkov r , že projekcia (restrikcia) r na H_1 patrí do R_1 a projekcia r na H_2 patrí do R_2 .

Relačný model

10

Význam prirodzeného spojenia

Prirodzené spojenie realizuje logickú operáciu *and* v najväčšej význame. Ak hlavičky relácií sú rovnaké prirodzené spojenie je prienikom, ak hlavičky relácií sú disjunktné prirodzené spojenie je kartézskym súčinom.

Pojem hlavičky spresňuje, čo je to typ relácie a premennej. Až na toto spresnenie sú tabuľky a relácie to isté.

Relačný model

11

Zákony relačnej algebry

- **Prirodzené spojenie a zjednotenie** sú operácie komutatívne, asociatívne a idempotentné
- Platia distributívne zákony
 - $R \bowtie (S \cup T) = (R \bowtie S) \cup (R \bowtie T)$
 - $R \bowtie (S - T) = (R \bowtie S) - (R \bowtie T)$
- Ak $y \sqsubseteq x$. Potom $\Pi_y \Pi_x R = \Pi_y R$
- Ak x nepatrí medzi spoločné R a S . Potom $x = y \cup z$, kde y sú atribúty R a z sú atribúty S a platí $\Pi_x (R \bowtie S) = (\Pi_y R) \bowtie (\Pi_z S)$

Relačný model

12

Efektívnosť relácií konečné a nekonečné relácie

Hoci domény môžu byť nekonečné spočitatelné množiny. Databázové relácie sú vždy konečné - tabuľky s konečným počtom riadkov.

Zaujíma nás či dokážeme tabuľku vypísat.

Príklady nekonečných tabuľiek:

- $= (x, y)$, $<(x, y)$, $\arcsin(x, \sin x)$
- $\neq (x, y)$
- Fermat(a, b, c, n) $\Leftrightarrow a^n + b^n = c^n$

Vstupné množiny, generátor, rozpoznávač

Relačný model

13

Selekcia

Nech $T = <H_I, R_I>$ je databázová relácia a nech $F = <H_2, R_2>$ je nekonečná relácia a $H_2 \subseteq H_I$. Potom namiesto $R \bowtie F$ píšeme $\sigma_F R$.

- Selekcia $\sigma_F R = \{x: (x \in R) \wedge (x \in F)\}$

Veta: Nech $T = T_1 \bowtie T_2$ a nech $T_1 = <H_1, R_1>$, kde $H_1 = \{<M_i, D_i>: 1 \leq i \leq m\}$ a $T_2 = <H_2, R_2>$, kde $H_2 = \{<N_j, D_j>: 1 \leq j \leq n\}$. Označme $F = \bigwedge M_k = N_l$ pre $M_k \in H_1 \wedge H_2$. Nech $T = <H, R>$ a $\mathbf{z} = H_1 \wedge H_2$ potom $R = \Pi_{\mathbf{z}}(\sigma_F(R_1 \times R_2))$.

Relačný model

14

Databáza

Databáza je množina domén a konečných relácií nad týmito doménami.

Dotazy sú výrazy relačnej algebry.

Odpoveď na dotaz získame výpočtom príslušného výrazu.

Je zjavný súvis medzi formulami predikátového počtu a výrazmi relačnej algebry.

Relačný model

15

Relačný kalkul

Formule predikátového kalkulu:

- Negácia sa používa len v pozitívnom kontexte t.j. $E_i(\mathbf{x}) \wedge \neg E_2(\mathbf{x})$ (to platí rekurzívne aj pre podformuly).
- Kontext univerzálnego kvantifikátoru je relativizovaný na nejaký pozitívny kontext $(\exists \mathbf{y})E_1(\mathbf{xy}) \wedge (\forall \mathbf{y})(\bar{E}_1(\mathbf{xy}) \Rightarrow E_2(\mathbf{y}))$ (znovu sa to používa rekurzívne).

Nededuktívny charakter - dotazy sa vzťahujú na konkrétny model.

Relačný model

16

Teóriu dotazov

Databáza je štruktúra pre predikátový kalkul

Dotaz je formula $\varphi(\mathbf{x})$ s množinou volných premenných \mathbf{x}

Odpoveď na dotaz $\varphi(\mathbf{x})$ je $\{x: DB \models \varphi(x)\}$

$\phi = \text{false}$; $\{\phi\} = \text{true}$ (všeobecne neprázdná množina)

Relačný model

17

Funkčné závislosti, kľúče

Hovoríme, že v relácii $R(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ platí funkčná závislosť $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}$ práve vtedy, keď

$$(\forall \mathbf{xy}_1 \mathbf{y}_2 \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2) R(\mathbf{x}, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1) \wedge R(\mathbf{x}, \mathbf{y}_2, \mathbf{z}_2) \Rightarrow \mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_2$$

Nech $R(\mathbf{x})$ je relácia a $\mathbf{k} \subseteq \mathbf{x}$ a platí $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{x}$. Potom \mathbf{k} sa nazýva nadklúč.

Minimálny (v zmysle množinovej inklúzie) nadklúč sa nazýva klúč.

Relačný model

18