

1 Volba šéfa na synchronnom kruhu

Na prednáške bol uvedený nasledovný algoritmus voľby šéfa na synchronnom kruhu za predpokladu, že identifikátory sú prirodzené čísla: algoritmus pozostáva z fáz, každá fáza trvá n tikov, kde n je veľkosť kruhu. Vo fáze i sa testuje, či je v kruhu práve jeden vrchol v s $id_v \leq f(i)$ – tento vrchol je potom šéf. Jeden test trvá n tikov, pričom vrcholy spĺňajúce $id_v \leq f(i)$ pošlú v prvom tiku (jednobitovú) správu. Táto obieha po kruhu a zastaví sa na prvom vrchole u , v ktorom $id_u \leq f(i)$. Ak nejaký vrchol dostane správu v n -tom tiku, znamená to, že táto správa obehla celý kruh a teda vysielal iba jeden vrchol – šéf. Komunikačná zložitosť jedného testu je n bitov, ak $f(i) \geq \min_{id}$, v opačnom prípade 0 bitov.

Algoritmus na prednáške používal $f(i) = i$ a teda mal komunikačnú zložitosť n bitov s použitím \min_{id} testov. Navrhnite funkciu $f_k(i)$, ktorá pre dané k minimalizuje počet testov pri použití kn bitov.

2 Volba šéfa na úplnom grafe

Na prednáške bol uvedený algoritmus voľby šéfa v úplných grafoch, ktorý používal $O(n \log n)$ správ. Ukážte, že ak sa namiesto dvojice $[level, ID]$ používa na porovnávanie iba ID , existuje výpočet, ktorý vykomunikuje $\Omega(n^2)$ správ.

Ako sa zmení situácia, ak zajaté procesy môžu prechádzať od jedného rodiča k druhému (podľa lokálneho výsledku súboja)? A čo ak o tom najprv upovedomia rodiča?